

1. 현주는 선생님께서 칠판에 적어주신 이차식을 잘못하여 x 의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다. 지하는 현주의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하여 인수 분해를 하였더니 $(x-2)(x-3)$ 가 나왔다. 처음 선생님께서 적어주신 이차식을 바르게 인수 분해하면?

① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+1)(x+3)$ ③ $(x+1)(x+4)$

④ $(x+1)(x+5)$ ⑤ $(x+1)(x+6)$

해설

$$x^2 - 5x + 6 \rightarrow x^2 + 5x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 5 \rightarrow (x+1)(x+5)$$

2. $(a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a + b + 2)$

② $4(a - b - 2)$

③ $4a(b + 1)$

④ $4a(b + 2)$

⑤ $4b(a + 2)$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2 \\ &= \{(a + b + 2) + (-a + b - 2)\} \\ & \quad \{(a + b + 2) - (-a + b - 2)\} \\ &= 2b(2a + 4) \\ &= 4b(a + 2) \end{aligned}$$

3. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

4. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

5. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x + 4a} + \sqrt{x - 4a + 8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2}$$

$$= |a + 1| + |a - 3|$$

$$= a + 1 - a + 3 = 4$$

6. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

7. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$

② $(x-2)(x+5)(x+2)$

③ $(x-2)(x-5)(x+3)$

④ $(x-2)(x+5)(x-2)$

⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A = x - 2$ 로 치환하면

$$(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$$

$$= Ax^2 - 3Ax - 10A$$

$$= A(x^2 - 3x - 10)$$

$$= A(x-5)(x+2)$$

$$= (x-2)(x-5)(x+2)$$

8. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ & a = 1, b = 3, c = -1 \\ & \therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

9. $x = \frac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$

② $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

10. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

11. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

$g(x) = (ax + b)f(x)$ 이므로

$$\begin{aligned} 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

12. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A + B + C + D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

① $x - 2a$

② $x - a$

③ x

④ $x + a^2$

⑤ $x^2 + a$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x^2 - ax + b &= AB \\ &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x + \alpha) + (x + \beta) \\ &= 2x + \alpha + \beta = 2x - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^2 + ax - b &= CD \\ &= (x + \gamma)(x + \delta) \\ &= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C + D &= (x + \gamma) + (x + \delta) \\ &= 2x + \gamma + \delta = 2x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x(A + B + C + D) - 4a^2 &= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2 \\ &= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a) \end{aligned}$$

13. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

① $x^2 - x + 1$

② $x^2 + x - 1$

③ $x^2 - 2x - 1$

④ $x^2 - x + 3$

⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21$$

$$x^2 - x = A \text{ 로 놓으면}$$

$$(A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21$$

$$= A^2 - 8A - 9$$

$$= (A - 9)(A + 1)$$

$$= (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1)$$

14. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$

㉡ $a + 1$

㉢ $x^2 + 1$

㉣ $a - 1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x - a^2 - x + 1 \\&= a^2(x - 1) - (x - 1) \\&= (a^2 - 1)(x - 1) \\&= (a + 1)(a - 1)(x - 1)\end{aligned}$$

15. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{10}{11}$

④ $\frac{10}{99}$

⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ 이므로}$$

$$f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \cdots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{10}{11}$$