

1. $a = 3^{x-2}$ 일 때, 27^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $81a^2$ ② $243a^2$ ③ $81a^3$ ④ $243a^3$ ⑤ $729a^3$

해설

$$a = 3^{-2} \times 3^x = \frac{1}{9} \times 3^x$$

$$\therefore 3^x = 9a$$

$$27^x = 3^{3x} = (3^x)^3 = (9a)^3 = 9^3 a^3$$

2. $(3x^ay^2)^b \div (x^2y^c)^4 = \frac{27}{x^2y^6}$ 일 때, $a^2 + b - c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(3x^ay^2)^b \div (x^2y^c)^4 = \frac{27}{x^2y^6}$ 을 정리하면

$$\frac{3^b x^{ab} y^{2b}}{x^8 y^{4c}} = \frac{27}{x^2 y^6}$$

i) $3^b = 27, \quad b = 3$

ii) x^{ab} 에서 지수 ab 는 6 이 되어야 하므로

$a = 2$

iii) y^{4c} 에서 지수 $4c$ 는 12 가 되어야 하므로

$c = 3$

$\therefore a^2 + b - c = 4$

3. $\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} = \frac{y^3}{14}$ 일 때, \square 안에

알맞은 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} = \frac{y^3}{14}$$

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(\frac{y^4}{36x^2} \right) \times \left(\frac{72x^4}{y^4} \right) \right\} = \frac{y^3}{14}$$

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$$

$$\square \times \frac{4x^2y^3}{7} \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$$

$$\square \times \frac{2y^3}{7} = \frac{y^3}{14}$$

$$\therefore \square = \frac{y^3}{14} \times \frac{7}{2y^3} = \frac{1}{4}$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

5. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^{12} \div x^{2a} = x^2$$

$$12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$(y^3)^b \div y^9 = y^{3b} \div y^9 = 1 = y^0, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^8 \div (x^2)^c \div x = x^8 \div x^{2c} \div x = \frac{1}{x} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$a = 5, b = 3, c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

6. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

- ① 3 ② 3^2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3^2}$ ⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$$

7. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

8. $(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$ 에서 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$$

$$(-2^3)^3 = -2^n$$

$$\therefore n = 9$$

$$x^{3m} = x^{15}$$

$$\therefore m = 5$$

따라서 $m + n = 14$ 이다.

9. $(-2a^2b^2c)^3 = xa^6b^6c^3$ 일 때, $x+y+z$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(-2a^2b^2c)^3 = -8a^6b^6c^3$$

$$x = -8, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x+y+z = -8+6+3 = 1$$

10. $\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 양수 a, b, c, d 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^{2a} y^8}{b^2 z^6} = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$$

$$a = 2, b = 4, c = 8, d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

11. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 3^{x+2} &= 3^6, x = 4, \\ 2^{2+6-3} &= 2^y, y = 5 \\ \therefore x+y &= 9 \end{aligned}$$

12. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^7$$

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^{16} \times 2^{3 \times \square} \div 2^{15} = 2^7$$

$$2^{16+3 \times \square-15} = 2^7$$

$$16 + 3 \times \square - 15 = 7$$

$$\therefore \square = 2$$

13. $f(x) = 3^x$ 이라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $f(2) \times f(5) = f(7)$

② $f(6) \div f(3) = f(2)$

③ $f(4) \times f(3) = f(12)$

④ $f(9) \div f(3) \times f(1) = f(7)$

⑤ $f(1) + f(1) + f(1) = f(2)$

해설

② $f(6) \div f(3) = 3^6 \div 3^3 = 3^{6-3} = 3^3 = f(3)$

③ $f(4) \times f(3) = 3^4 \times 3^3 = 3^{4+3} = 3^7 = f(7)$

14. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

15. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{9}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

16. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 2 \times 5 &= 10 \text{ 이므로} \\ 3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 &= 375 \times 10^9 \\ \therefore n &= 12 \end{aligned}$$

17. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$
따라서 17 자리의 자연수이다.

18. $2^{2004} \times 5^{2008}$ 이 n 자리의 수일 때 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2007

해설

$$2^{2004} \times 5^{2004} \times 5^4 = 625 \times 10^{2004}$$

$$\therefore n = 2007$$

19. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8자리의 수 ② 9자리의 수 ③ 10자리의 수
④ 11자리의 수 ⑤ 12자리의 수

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10자리의 수이다.

20. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ 4 ㉤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$5^{3x+6} = 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x=1$$

21. 다음 식을 간단히 하면?

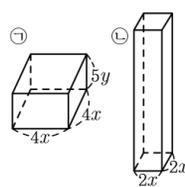
$$(-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ & = -a^3 \times \frac{8}{a^3} \times \left(-\frac{1}{8}\right) = 1 \end{aligned}$$

22. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로) \times (세로) \times (높이)이다.
 ㉠의 부피 = $(4x)^2 \times 5y = 80x^2y$
 ㉡의 부피 = $(2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이})$ 이므로
 $80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$
 $\therefore (\text{높이}) = 20y$

23. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 의 \square 안에 알맞은 식을 구하라.

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

해설

$$4x^8y^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$$

$$-\frac{4}{x^9y^4} \times \square = 8x$$

$$\square = -2x^2y^4$$

24. $(-24xy^2) \div 12xy \times A = -8x^2y$, $-8x^2y^2 \div B \times x^2y^3 = 2x^3y$ 일 때, $A \times B$, $A \div B$ 의 값을 차례대로 구하면?

- ① $4x^2, -4xy^4$ ② $-\frac{x}{y^4}, -16x^3y^4$ ③ $-16x^3y^4, -\frac{x}{y^4}$
 ④ $16x^3y^4, \frac{x}{y^4}$ ⑤ $-16x^3y^4, -xy^4$

해설

$$\frac{-24xy^2}{12xy} \times A = -8x^2y \text{ 에서}$$

$$-2y \times A = -8x^2y \quad \therefore A = 4x^2$$

$$\frac{-8x^2y^2 \times x^2y^3}{B} = 2x^3y \text{ 에서}$$

$$\frac{-8x^4y^5}{B} = 2x^3y \quad \therefore B = -4xy^4$$

$$\therefore A \times B = 4x^2 \times (-4xy^4) = -16x^3y^4$$

$$\therefore A \div B = 4x^2 \div (-4xy^4) = -\frac{x}{y^4}$$

25. $\square \div \{8x^2y \times (x^2y)^2\} = -2x^2y^4$ 일 때, \square 안에 알맞은 식은?

① $-4x^6y^8$

② $-8x^8y^6$

③ $-16x^8y^7$

④ $-16x^6y^8$

⑤ $-4x^8y^7$

해설

$$\begin{aligned}\square &= -2x^2y^4 \times \{8x^2y \times (x^2y)^2\} \\ &= -2x^2y^4 \times 8x^2y \times x^4y^2 \\ &= -16x^8y^7\end{aligned}$$

26. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

- ① 2^2 ② 2^4 ③ 2^6 ④ 2^8 ⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

27. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$$

28. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, a = 3$$

$$b = 3c = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

29. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...
 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...
 k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

30. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

31. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① 2^{20} ② 3^{15} ③ 4^{10} ④ 5^5 ⑤ 6^5

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$

② $3^{15} = (3^3)^5$

③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$

따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

32. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{16} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

$$x = 4, y = 16$$

$$\therefore x + y = 20$$

33. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} \\ &= \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ & (-1)^n(-1)^{n+1} \text{ 은 } n \text{ 이 짝수, 홀수일 때 모두 } -1 \text{ 이다. 따라서} \\ & \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0 \end{aligned}$$