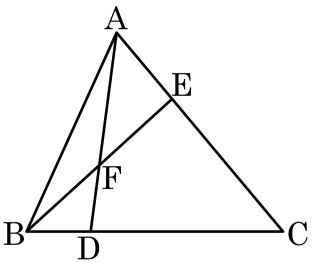
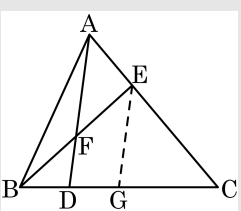
1. 다음 그림과 같이 변 AC 의 삼등분 점 중 점 A 에 가까운 점을 E, $\overline{BE}$ 의 중점을 F , 직선 AF 와 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?.



① 2::1 ② 3:1 ③ 4:1 ④ 3:2 ⑤ 4:3

해설



점 E 에서 $\overline{AD}$ 에 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 하면 $\overline{BD} = \overline{DG}$

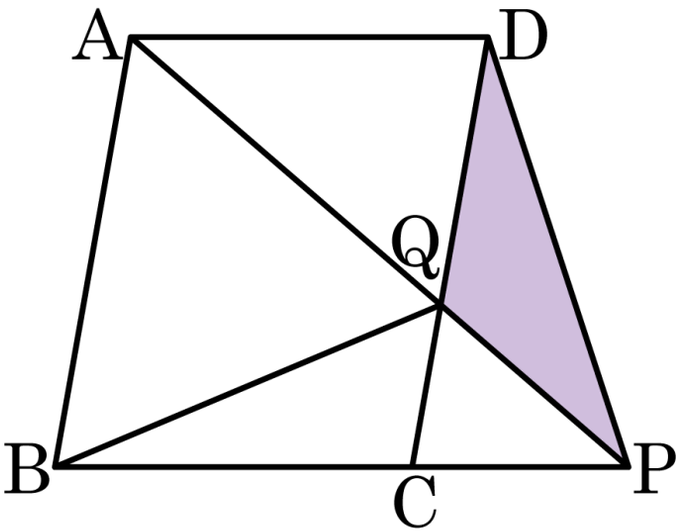
$\overline{DG} : \overline{GC} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$

$\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$

$\overline{BC} : \overline{DC} = 4 : 3$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 4 : 3,\ \triangle ABC : \triangle ABD = 4 : 1$

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{AP}$ 를 이을 때, $\overline{DC}$ 와의 교점을 Q 라고 하면 $\triangle BCQ = 30\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 이때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하면?



① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\,\mathrm{cm}^2$

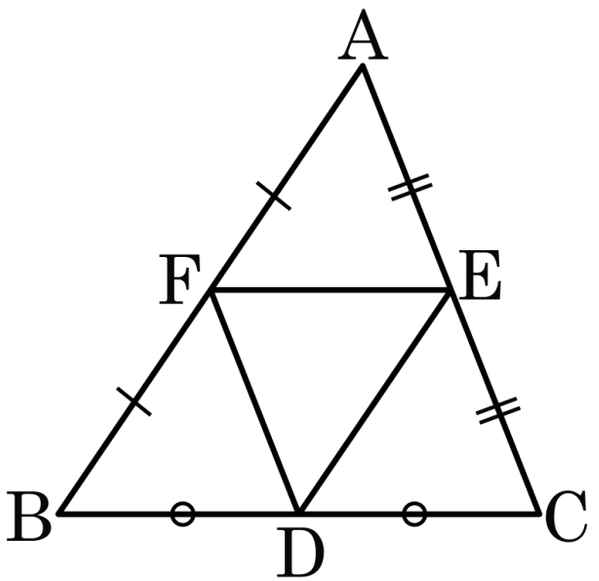
④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면 $\triangle ACP = \triangle DCP$

$\triangle DQP = \triangle ACQ = \triangle BCQ = 30(\,\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle DEF$ 의 넓이가 $3cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $12cm^2$ ② $13cm^2$ ③ $14cm^2$

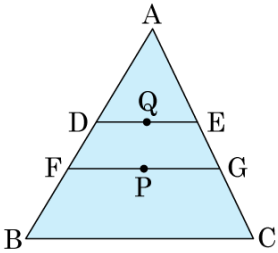
④ $15cm^2$ ⑤ $16cm^2$

해설

$\triangle AFE \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DCE \equiv \triangle FED$ (SSS 합동) 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$4 \times \triangle DEF = 4 \times 3 = 12(cm^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{FG} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle ADE$ 와 $\square FBCG$ 의 넓이의 비를 구하여라.
(단, Q는 $\triangle AFG$ 의 무게중심이며 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)

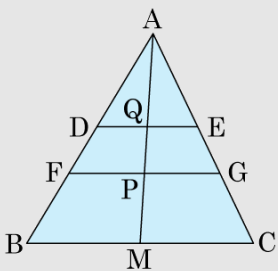


▶ 답:

▷ 정답: 16 : 45

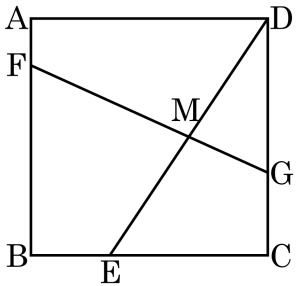
해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면
$\overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AP} : \overline{PM} = 2 : 1$
$\overline{AQ} = 2\overline{QP}$, $\overline{AP} = 3\overline{QP}$
$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AP} = \frac{3}{2}\overline{QP}$
$\overline{AQ} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \frac{3}{2}\overline{QP} = 4 : 2 : 3$



$\triangle ADE \backsim \triangle AFG \backsim \triangle ABC$ 이고 그 닮음비가
$4 : 6 : 9$ 이므로 각 삼각형의 밑변과 높이의 길이의 비도 $4 : 6 : 9$ 이며 넓이의 비는 $4^2 : 6^2 : 9^2$ 이다.
$\therefore \triangle ADE : \square FBCG$
$= \triangle ADE : (\triangle ABC - \triangle AFG) = 16 : (81 - 36)$
$= 16 : 45$

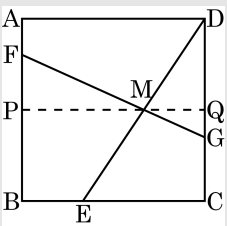
5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{DM} = \overline{EM}$ 이고, $\overline{CE} = 8$, 선분 GM 이 5 일 때, 선분 FM 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설



점 M 을 지나고 선분 AD 와 평행한 직선이 선분 AB , 선분 CD 와 만나는 점을 P, Q 라 두면,

△DEC 에서 삼각형 중점연결 정리에 의해,

$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{CE} = 4$

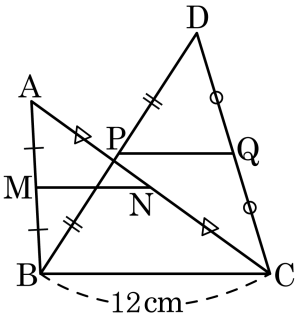
$\overline{PM} = \overline{PQ} - \overline{MQ} = 8$

△FMP 와 △GMQ 는 닮음이므로,

$\overline{FM} : \overline{GM} = \overline{PM} : \overline{MQ} = 8 : 4 = 2 : 1$

$\therefore \overline{FM} = 10$

6. 다음 그림에서 점 M, N, P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$, $\overline{MN}$ 의 길이가 얼마인지 각각 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\overline{PQ} = 6\,\text{cm}$

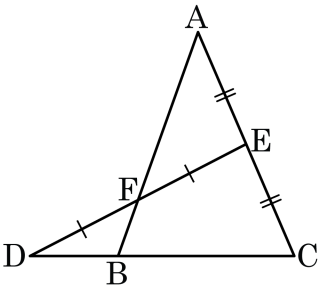
▷ 정답 : $\overline{MN} = 6\,\text{cm}$

해설

점 P , Q 가 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이므로 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

점 M , N 이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

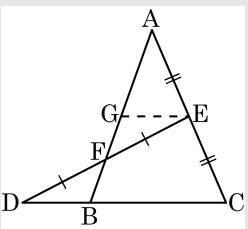
7. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?(단, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 이다.)



① 6cm ② 5cm ③ 4cm ④ 3cm ⑤ 2cm

해설

점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 G 라 하면



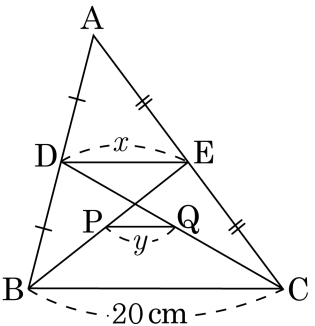
$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle DFB \equiv \triangle EFG$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{GE}$

$\overline{BD} : \overline{BC} = 1 : 2$

$\therefore\ \overline{BD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. 점 P, Q 는 각각 $\overline{BE}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, x, y 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 답: cm

▷ 정답: $x = 10\,\text{cm}$

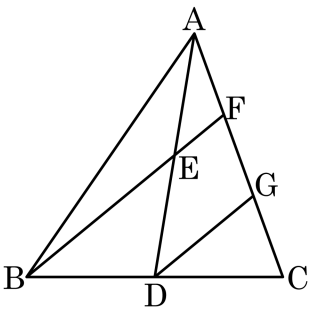
▷ 정답: $y = 5\,\text{cm}$

해설

$x = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = 10(\text{cm})$

$y = \frac{1}{2}(20 - 10) = 5(\text{cm})$

9. △ABC 에서 점 E 는 중선 AD 의 중점이고, 점 F, G 는 선분 AC 의 삼등분점일 때, 선분 BE 의 연장선은 점 F 를 지난다. 선분 DG 가 4cm 일 때, 선분 BE 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 6 cm

해설

△CDG 와 △BFC 를 보면,
중점연결 정리의 의해
$\overline{CG} = \overline{GF}$, $\overline{CD} = \overline{BD}$

$\overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{BF}$

또한 △AEF 와 △ADG 를 보면,
중점연결 정리에 의해

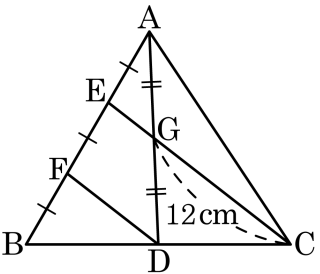
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{DG}$

$\overline{DG} = \frac{1}{2}(\overline{BE} + \overline{EF}) = \frac{1}{2}(\overline{BE} + \frac{1}{2}\overline{DG})$

$\Rightarrow\ 4 = \frac{1}{2}(\overline{BE} + 2)$

$\therefore\ \overline{BE} = 6\text{cm}$

10. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FB}$ 이고, $\overline{AG} = \overline{GD}$ 일 때, $\overline{EG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

△AFD 에서 $\overline{AE} = \overline{EF}$, $\overline{AG} = \overline{GD}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리에 의해

$\overline{FD} = 2x$, $\overline{FD} // \overline{EG}$

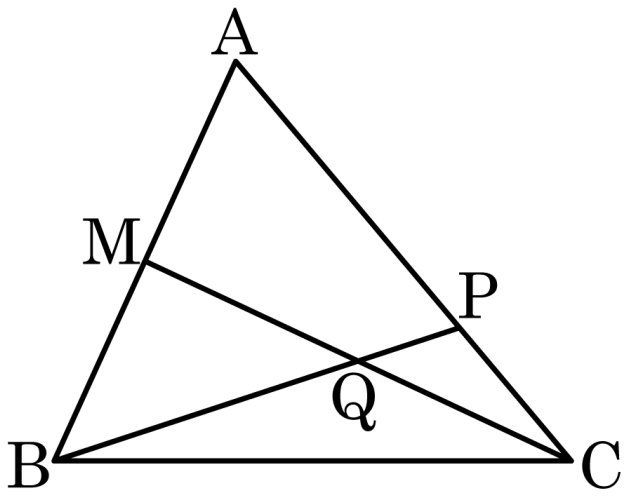
△BCE 에서 $\overline{BF} = \overline{FE}$, $\overline{FD} // \overline{EC}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리의 역에 의해

$\overline{FD} = \dfrac{x+12}{2}\text{cm}$

$\overline{FD} = 2x = \dfrac{x+12}{2}$

$\therefore x = 4(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{PQ} : \overline{PB}$ 는?

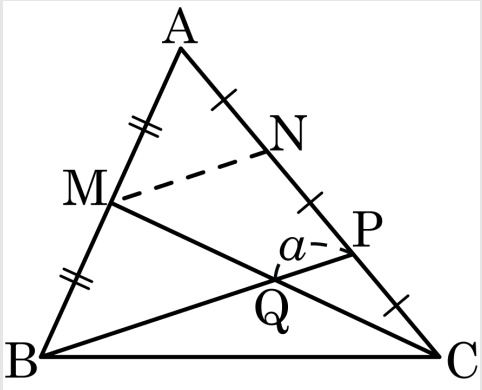


① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

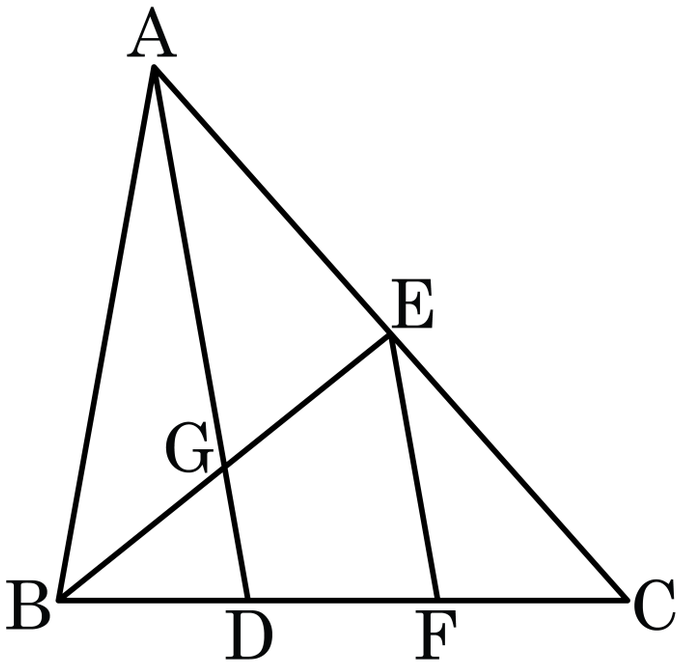
해설

$\overline{AP}$ 의 중점을 N 이라하고 $\overline{PQ} = a$ 하면, $\overline{MN} = 2a$ 이고, $\overline{BP} = 4a$ 이므로,

$\overline{PQ} : \overline{PB} = a : 4a = 1 : 4$ 이다.



12. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 는 중선이다. $\overline{AD} // \overline{EF}$ 이고 $\overline{GD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

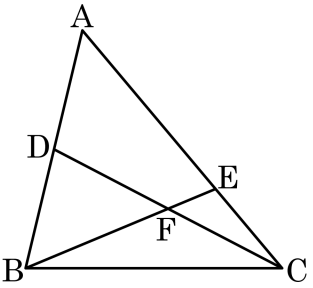
▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{AG} = 2\overline{GD} = 12\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times (12 + 6) = 9\,(\text{cm})$

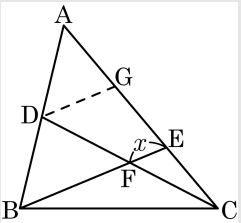
13. 다음 그림에서 점 D 가 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AE} = 2 \times \overline{EC}$ 일 때, $\overline{EF} : \overline{FB}$ 의 비가 $a : b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단 a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

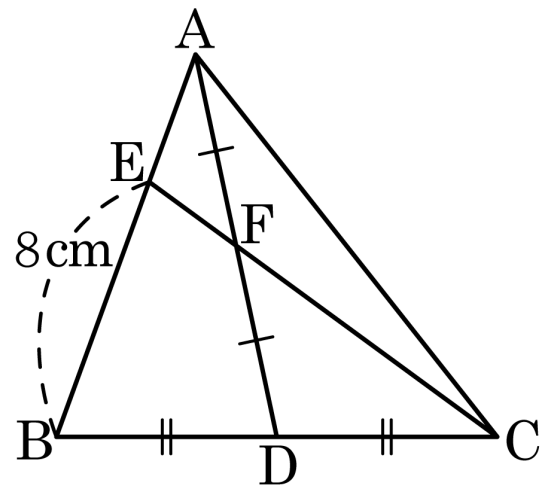
해설



$\overline{AE}$ 의 중점을 G 라하고, $\overline{EF}$ 의 길이를 x 라 하면, $\overline{DG} = 2x$, $\overline{BE} = 4x$ 이고, $\overline{BF} = 4x - x = 3x$ 이므로, $\overline{EF} : \overline{FB} = x : 3x = 1 : 3$ 이다.

따라서 $a + b = 4$ 이다.

14. $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이다. $\overline{EB} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① $2\,\text{cm}$ ② $2.5\,\text{cm}$ ③ $3\,\text{cm}$

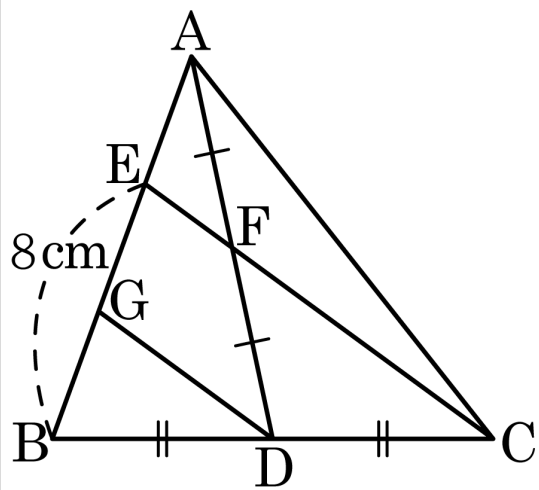
④ $3.5\,\text{cm}$ ⑤ $4\,\text{cm}$

해설

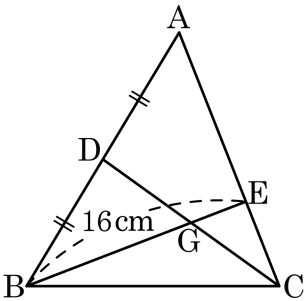
점 D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 그림에서와 같이 $\overline{EC}$ 에 평행하도록 $\overline{DG}$ 를 그으면 중점연결정리의 역에 의해 $\overline{EG} = \overline{GB}$ 이다.

마찬가지방법으로 $\triangle AGD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EG}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{EG} = \overline{GB} = 4\,(\text{cm})$

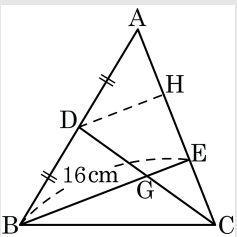


15. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이고 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{BE} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{GE}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설



D 를 지나고 $\overline{BE}$ 와 평행한 선분이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 H 라 하면

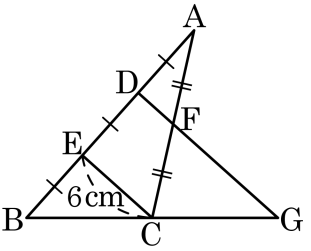
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DH} /\!/ \overline{BE}$ 이므로 삼각형의 중점연결 정리의 역에 의해

$\overline{AH} = \overline{HE}$, $\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BE} = 8(\text{cm})$

$\triangle CDH$ 에서 $\overline{GE} /\!/ \overline{DH}$, $\overline{CE} = \overline{EH}$ 이므로 삼각형의 중점연결 정리의 역에 의해

$\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{DH} = 4(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 다음을 구하여라.



(1) $\overline{DF}$의 길이
(2) $\overline{DG}$의 길이
(3) $\overline{FG}$의 길이

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 3 cm

▷ 정답: (2) 12 cm

▷ 정답: (3) 9 cm

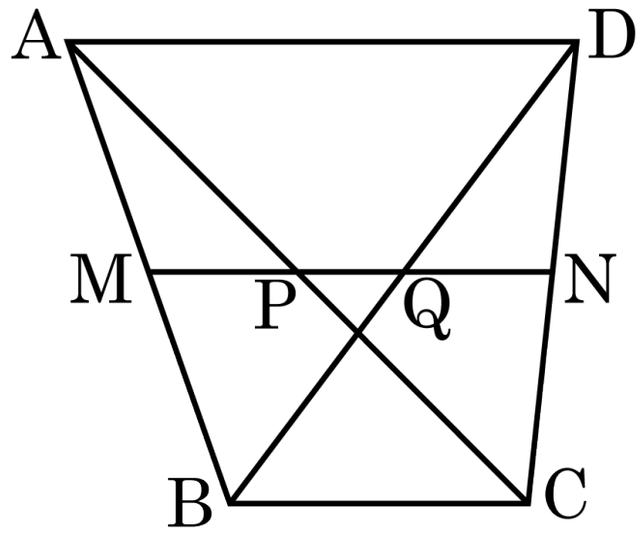
해설

(1) $\triangle AEC$에서 $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{EC} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3(\text{cm})$

(2) $\triangle BGD$에서 $\overline{DG} = 2\overline{EC} = 2 \cdot 6 = 12(\text{cm})$

(3) $\overline{FG} = \overline{DG} - \overline{DF} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 1 : 1$ 일 때, $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC}$ 의 값은?



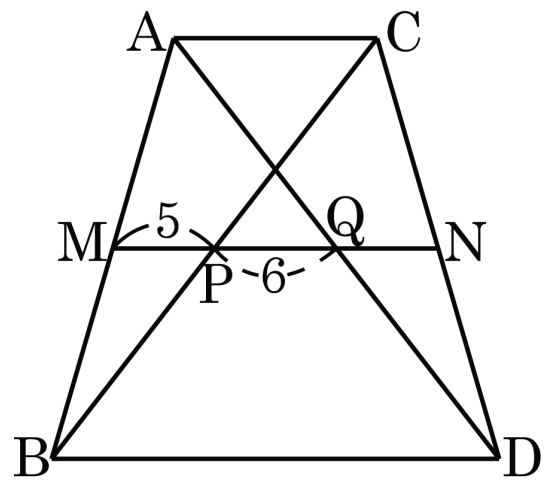
① $4 : 3 : 1$ ② $3 : 2 : 1$ ③ $4 : 2 : 1$

④ $4 : 3 : 2$ ⑤ $5 : 3 : 1$

해설

$\overline{MP} = a$ 라고 하면 $\overline{PQ} = a$, $\overline{BC} = 2a$ 이고, $\overline{MQ} = 2a$ 이므로 $\overline{AD} = 4a$ 이다. $\overline{AD} = 4a$ 이므로 $\overline{PN} = 2a$ 이고, $\overline{QN} = a$ 이다. 따라서 $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC} = 4a : 3a : 2a = 4 : 3 : 2$ 이다.

18. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 점M, N 이 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점일 때, 다음 $\overline{BD} + \overline{AC} + \overline{QN}$ 를 구하면?



① 37 ② 38 ③ 39

④ 40 ⑤ 41

해설

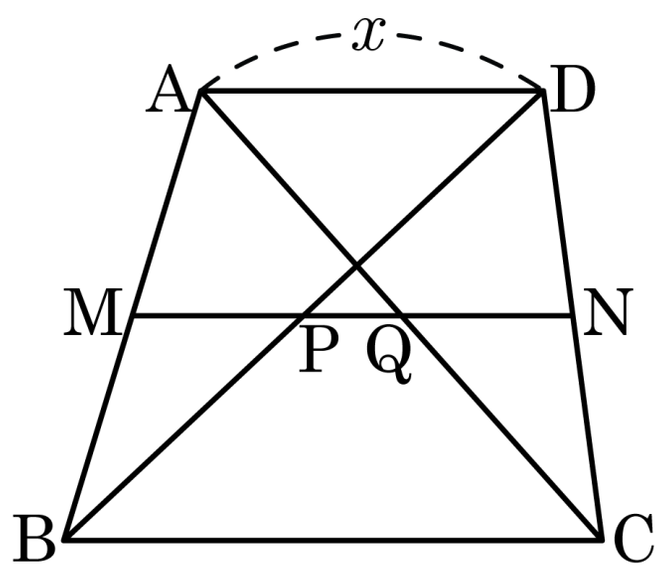
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 2\overline{MQ} = 2 \times 11 = 22$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 2\overline{MP} = 2 \times 5 = 10$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{QN} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

그러므로 $22 + 10 + 5 = 37$

19. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이 각각 M , N 이고 $\overline{AD}+\overline{BC}=36$, $\overline{MP}:\overline{PQ}=7:4$ 일 때, x의 값은?



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{AD}=x$, $\overline{BC}=36-x$ 라 하면

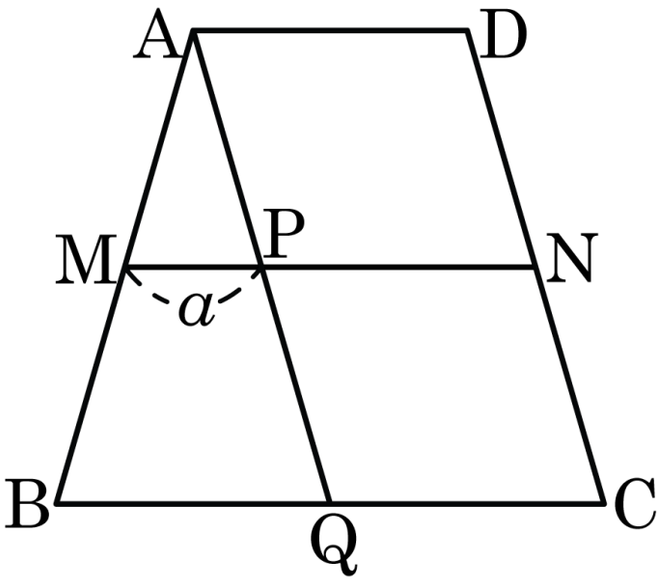
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}x$, $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(36-x)$

$\overline{MP}:\overline{MQ}=7:11$ 이므로

$\frac{1}{2}x:\frac{1}{2}(36-x)=7:11$

$\therefore\ x=14$

20. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{MN} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내면? (단, $\overline{MP} : \overline{PN} = 1 : 2$)



① $3a$ ② $4a$ ③ $5a$ ④ $6a$ ⑤ $7a$

해설

$\overline{AM} : \overline{AB} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{QB} = 2a$ 이다.
$\overline{MP} : \overline{PN} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{PN} = 2a$,
$\overline{AD} = \overline{PN} = \overline{QC}$ 이므로 $\overline{QC} = 2a$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{QC} = 2a + 2a = 4a$ 이다.