1. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -3이고, $x-3$으로 나눈 나머지가 5이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-3)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$f(-1)=-3,\ f(3)=5$

$f(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$-a+b=-3,\ 3a+b=5$

$a=2,\ b=-1$

$\therefore\ ax+b=2x-1$

2. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
$|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
$-x-(x-1) = 3$
$\therefore x = -1$
ii) $0 \le x < 1$ 일 때,
$x-(x-1) = 3$
$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \ge 1$ 일 때,
$x + (x-1) = 3$
$\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

3. 지면으로부터 초속 20m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면, $h = 20t - 5t^2$ 인 관계식이 성립한다. 물체가 가장 높이 올라갔을 때 걸린 시간과 그때의 높이를 구하여라.

▶ 답: ______ 초

▶ 답: ______ m

▷ 정답: 2 초

▷ 정답: 20 m

해설

$h = 20t - 5t^2 = -5(t-2)^2 + 20$

따라서 $t = 2$ 일 때, 최댓값 20 을 갖는다.

4. 두 집합 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{1, 2, 3, \cdots, k\}$ 에 대하여 $X = \left\{(a, b) \mid a \in A, b \in B\right\}$ 의 부분집합의 개수가 2^{40} 일 때, k 의 값은?

① 10　② 15　③ 20　④ 25　⑤ 30

해설

$X = \{(-1,1), (-1,2), \cdots, (-1,k), (1,1), (1,2), \cdots, (1,k)\}$ 이므로 $n(X) = 2k$
따라서 집합 X 의 부분집합의 개수는
$2^{2k} = 2^{40}$, $2k = 40$
$\therefore k = 20$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 18 = 2$$ 이다.

6. 다음 ㉮, ㉯에 알맞은 것끼리 짝지어진 것은?

> 네 조건 p, q, r, s에 대하여 p 는 r이기 위한 충분조건, q는 r이기 위한 충분조건, s는 r이기 위한 필요조건, q는 s이기 위한 필요조건일 때, s는 p이기 위한 (㉮) 조건이며 p는 q이기 위한 (㉯) 조건이다.

① 필요, 필요 ② 필요, 충분
③ 충분, 필요 ④ 충분, 충분
⑤ 필요충분, 충분

해설

네 조건 p, q, r, s를 만족하는 집합은 각각 P, Q, R, S 라고 하면
$p \subset R$, $Q \subset R$, $S \supset R$, $Q \supset S$, $P \subset R$, $R \subset S$ 이므로 $P \subset S$
따라서 S 는 r이기 위한 필요조건이다.
$Q \subset R$, $R \subset S$, $S \subset Q$이므로 $Q = R = S$
$P \subset R$이므로 $P \subset Q$
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

7. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 3x - 2$에 대하여 $(f \circ g)(1) = 2$, $(g \circ f)(2) = 3$을 만족하는 상수 a, b의 합 $4a + b$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(f \circ g)(1) = 2$에서
$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = a + b$
$\therefore a + b = 2$

8. 다음 보기의 함수 $y=f(x)$ 중 $f(x)=f^{-1}(x)$ 를 만족하는 것을 모두 고르면?

보기

Ⅰ. $f(x)=x$
Ⅱ. $f(x)=-x+5$
Ⅲ. $f(x)=-\dfrac{3}{x-2}+2$
Ⅳ. $f(x)=\dfrac{x+4}{2x-1}$

① Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ　② Ⅰ, Ⅱ, Ⅳ　③ Ⅰ, Ⅲ, Ⅳ
④ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ　⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

$f(x)$를 $y=x$에 대칭해도 $f(x)$ 가 되면 $f(x)=f^{-1}(x)$ 이다.
Ⅰ. $f(x)=f^{-1}(x)$
Ⅱ. $y=-x+5 \Rightarrow x=-y+5 \Rightarrow y=-x+5$
Ⅲ. $y=\dfrac{-3}{x-2}+2 \Rightarrow x=\dfrac{-3}{y-2}+2$
$\Rightarrow y=\dfrac{-3}{x-2}+2$
Ⅳ. $y=\dfrac{x+4}{2x-1} \Rightarrow x=\dfrac{y+4}{2y-1} \Rightarrow y=\dfrac{x+4}{2x-1}$
$\therefore$ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ : $f(x)=f^{-1}(x)$

9. 실수에서 정의된 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f^{-1} = f$ 에서 $f^{-1}(x) = f(x)$, $f(f(x)) = x$
$f(f(x)) = f(ax-3) = a(ax-3) - 3 = x$
모든 실수 x 에 대하여 성립하므로
$\therefore\ a^2 = 1,\ -3a - 3 = 0$
$\therefore\ a = -1$

10. $a = \sqrt{2+\sqrt{3}}, b = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ 일 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하여라. (단, p, q는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$

해설

$a = \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}}$

$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

$b = \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}}$

$= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

$a+b = \sqrt{6}, ab = 1$

$a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

11. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$가 이차식의 완전제곱이 되도록 a의 값을 정하면?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 16

해설

(준식)$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+a$
여기서, $x^2-8x+7=X$로 놓으면
(준식) $=X(X+8)+a$
$\quad\quad=X^2+8X+a=(X+4)^2+a-16$
따라서 $a=16$

12. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ 에서 $3^2=7+2xy$, $xy=1$
$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$ 에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

13. 두 다항식 $2x^2+px+q$, $4x^2+rx+s$의 최대공약수가 $2x+1$이고 곱이 $8x^4+4x^3-62x^2-61x-15$일 때, $p+q+r+s$의 합은?

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ (a, b는 서로소)라고 하면
$AB=abG^2$이므로
$8x^4+4x^3-62x^2-61x-15=ab(2x+1)^2$
$\therefore\ 8x^4+4x^2-62x^2-61x-15$
$=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2(8x^2-4x-60)$
$=(2x+1)^2(2x^2-x-15)$
$=(2x+1)^2(x-3)(2x+5)$
즉, $2x^2+px+q=(2x+1)(x-3)=2x^2-5x-3$,
$4x^2+rx+s=(2x+1)(2x+5)=4x^2+12x+5$이므로
$p=-5,\ q=-3,\ r=12,\ s=5$
$\therefore\ p+q+r+s=9$

14. 자연수 n에 대하여 이차방정식 $n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근을 α_n, β_n이라할 때, $(\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{2006}) + (\beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_{2006})$의 값은?

① $\frac{2004}{2006}$ ② $\frac{2005}{2006}$ ③ $\frac{2006}{2007}$ ④ $\frac{2007}{2008}$ ⑤ $\frac{2007}{2009}$

해설

$n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근이 α_n, β_n이므로

$\alpha_n + \beta_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

준식$= (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + \cdots + (\alpha_{2006} + \beta_{2006})$

$= (\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \cdots + (\frac{1}{2006} - \frac{1}{2007})$

$= 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \leq 4$ ② $0 < a \leq 3$ ③ $0 < a < 3$
④ $0 < a \leq 4$ ⑤ $0 < a < 4$

해설

$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots ㉠ \\ |x| < a \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$
$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$
$\therefore x < -4$
㉡에서 $|x| < a$는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면
$-a \geq -4$, $a \leq 4$,
그런데 a는 양수이므로 a의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(7, 4)$, $B(8, 6)$과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$의 값을 최소가 되게 하는 점 P의 x좌표를 a라 할 때, $5a$의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A(7,\ 4)$를 $y = x$에 대칭이동한 점 $C(4,\ 7)$에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$가 최소인 점 P는
선분 BC와 직선 $y = x$의 교점이다.
$y = -\frac{1}{4}x + 8$와 $y = x$의 교점은 $\left(\frac{32}{5}, \frac{32}{5}\right)$
$\therefore\ 5a = 32$

17. 원 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 위의 점에서 직선 $4x-3y+5=0$ 에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

최댓값은 원 중심에서 직선까지 거리 더하기 반지름이고, 최솟값은 원 중심에서 직선까지 거리 빼기 반지름이다.

원의 방정식 : $(x-1)^2+(y+2)^2=4$

$\Rightarrow$ 최대 : $\dfrac{|4\times 1-3\times(-2)+5|}{\sqrt{4^2+3^2}}+2=5$

$\Rightarrow$ 최소 : $\dfrac{|4\times 1-3\times(-2)+5|}{\sqrt{4^2+3^2}}-2=1$

$\therefore$ 최댓값$+$ 최솟값$=6$

18. 두 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } n\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } 54\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

n 은 54 를 뺀 54 의 약수이므로 $1, 2, 3, 6, 9, 18, 27$ 이다. 따라서 7 개이다.

19. 다음 중에서 $\{(A-B)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$와 같은 집합이 아닌 것은?

① $(A\cup B)-(A\cap B)$　　② $(A\cup B)\cap(A^c\cup \beta^c)$

③ $(A-B)\cup(B-A)$　　④ $(A\cup B^c)\cap(A^c\cup B)$

⑤ $(A\cap B)^c\cap(A\cup B)$

해설

$\{(A-B)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$

$=\{(A\cap B^c)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$

$=(A^c\cup B^c)\cap(A\cup B)$

$=(A\cap B)^c\cap(A\cup B)$

$=(A\cup B)-(A\cap B)$

$=(A-B)\cup(B-A)$

20. 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 $n(A-B)=20,\ n(A^c\cap B)=12,\ n(A\cup B)=48$ 일 때, $n(A\cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$A^c\cap B=B-A$

$n(A\cup B)=n(A-B)+n(A\cap B)+n(A^c\cap B)$

$48=20+n(A\cap B)+12$

$\therefore\ n(A\cap B)=16$

21. 집합 $A = \{x | 0 \le x \le 2\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (0 \le x \le 1) \\ x-1 & (1 < x \le 2) \end{cases}$ 와 같이 정의한다. 이 때, $f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

(단, $f^2 = f \circ f,\ f^3 = f \circ f \circ f,\ \cdots$)

① 20　　② 25　　③ 30　　④ 35　　⑤ 40

해설

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f^2\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$\vdots$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \left\{f\left(\frac{1}{3}\right) + f^3\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{29}\left(\frac{1}{3}\right)\right\} + \left\{f^2\left(\frac{1}{3}\right) + f^4\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)\right\}$$

$$= 15 \cdot \frac{4}{3} + 15 \cdot \frac{1}{3} = 25$$

22. x에 대한 이차방정식 $x^2+2mx+2m^2+m-2=0$이 두 실근 α, β를 가질 때, $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$를 m에 대한 식으로 나타내고, 이 식의 최댓값과 최솟값을 구하면?

① 최대값 : 8, 최소값 : 2
② 최대값 : 10, 최소값 : 3
③ 최대값 : 12, 최소값 : $\frac{15}{8}$
④ 최대값 : 11, 최소값 : $\frac{21}{8}$
⑤ 최대값 : 13, 최소값 : $\frac{7}{8}$

해설

주어진 방정식이 실근을 가지므로
$D/4=m^2-(2m^2+m-2)\geq 0$에서 $-2\leq m\leq 1$
$\alpha+\beta=-2m,\ \alpha\beta=2m^2+m-2$이므로
$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta$
$=(-2m)^2-(2m^2+m-2)$
$=2m^2-m+2$
$=2\left(m-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{15}{8}(-2\leq m\leq 1)$
$\therefore m=\frac{1}{4}$일 때, 최솟값 $\frac{15}{8}$
$m=-2$일 때, 최댓값 12

23. $x^4 - bx - 3 = 0$ 의 네 근을 a, b, c, d 라고 할 때, $\frac{a+b+c}{d^2}, \frac{a+b+d}{c^2}, \frac{a+c+d}{b^2}, \frac{b+c+d}{a^2}$ 를 네 근으로 하는 방정식은?

① $3x^4 + bx + 2 = 0$　② $3x^4 - bx + 1 = 0$

③ $3x^4 + bx^3 - 1 = 0$　④ $3x^4 - bx^3 - 1 = 0$

⑤ $3x^4 + bx^3 - 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에서 $x^4 - bx - 3 = 0$ 의
네 근이 $a,\ b,\ c,\ d$ 이므로
$a + b + c + d = 0$

따라서,
$$\frac{a+b+c}{d^2} = \frac{a+b+c+d-d}{d^2} = -\frac{1}{d}$$

마찬가지로
$$\frac{a+b+d}{c^2} = -\frac{1}{c},$$
$$\frac{a+c+d}{b^2} = -\frac{1}{b},$$
$$\frac{b+c+d}{a^2} = -\frac{1}{a}$$

$f(x) = 0$ 의 근이 $a,\ b,\ c,\ d$ 이면
$-\frac{1}{a},\ -\frac{1}{b},\ -\frac{1}{c},\ -\frac{1}{d}$ 을 근으로 하는 방정식은
$f\left(-\frac{1}{x}\right) = 0$ 이다.

$$\therefore \left(-\frac{1}{x}\right)^4 - b\left(-\frac{1}{x}\right) - 3 = 0,$$
$1 + bx^3 - 3x^4 = 0$
$\therefore 3x^4 - bx^3 - 1 = 0$

24. 원가에 2 할의 이익률로 정가를 정한 상품을 $x\%$ 의 할인율로 할인 판매하였을 때, 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되게 하려고 한다. 자연수 x의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

원가를 a 원이라 하면 정가는 $1.2a$ 원이고
정가의 $x\%$ 를 할인한 가격은 $1.2a(1-0.01x)$ 원이다. 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되려면
$a \le 1.2a(1-0.01x) \le 1.1a$
$\therefore \frac{25}{3} \le x \le \frac{50}{3}$
x가 될 수 있는 자연수는
9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
따라서 x의 최댓값은 16

25. 여러 개의 4g 짜리 추 A 와 6g 짜리 추 B 의 무게의 합은 0.1kg 이다. A 의 개수는 B 의 개수보다 많고, B 의 개수의 2 배보다는 적을 때, 두 추의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21 개

해설

6g 짜리 추 B 의 개수가 b 개 있다고 하면

4g 짜리 추 A 는 $\frac{100-6b}{4}$ 개 있다.

따라서 $b < \frac{100-6b}{4} < 2b$ 에서

$\frac{50}{7} < b < 10$

$\therefore\ b = 8,\ 9$

추 A 의 개수인 $\frac{100-6b}{4}$ 가 자연수일 경우는 $b = 8$ 일 때이다.

따라서 추 A 의 개수는 13 개, 추 B 의 개수는 8 개

두 추의 개수의 합은 $13 + 8 = 21$ (개)

26. 이차곡선 $x^2+y^2+ax+by+7=0$ 이 반지름 1 인 원을 표시한다. 이 원의 중심 $a,\ b$ 가 변할 때, 이 도형의 자취의 길이를 구하면?

① $\sqrt{2}\pi$　② $2\sqrt{2}\pi$　③ $3\sqrt{2}\pi$　④ $4\sqrt{2}\pi$　⑤ $6\sqrt{2}\pi$

해설

$$\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\left(y+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2+b^2-28}{4}$$

$\dfrac{a^2+b^2-28}{4}=1$ 에서

$a^2+b^2=32\cdots$ ㉠

중심 $\left(-\dfrac{a}{2},\ -\dfrac{b}{2}\right)$ 에서

$x=-\dfrac{a}{2},\ y=-\dfrac{b}{2}$ 이므로

$a=-2x,\ b=-2y$ 를 ㉠에 대입하면

$4x^2+4y^2=32 \quad \therefore\ x^2+y^2=8$

$\therefore\ 2\pi r=4\sqrt{2}\pi$

27. 원 $x^2+y^2=a^2$ 밖의 한 정점 $\mathrm{P}(\alpha,\ \beta)$ 로부터 이 원에 두 접선을 그었을 때, 두 접점을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

① $\alpha x+\beta y=a^2$　　② $\alpha x+\beta y=1$　　③ $\beta x+\alpha y=a^2$

④ $\beta x+\alpha y=1$　　⑤ $\beta x-\alpha y=a^2$

해설

점 $\mathrm{P}(\alpha,\ \beta)$ 에서

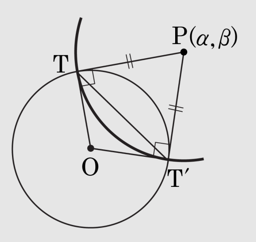
원 $x^2+y^2=a^2\cdots$㉠ 에 그은 접선의 접점을 T, T′ 이라 하면,

$\overline{\mathrm{PT}}=\overline{\mathrm{PT'}}$

따라서 직선 TT′ 은 주어진 원과 중심 P,

반지름 $\overline{\mathrm{PT}}$ 인 원과의 공통현 이다.

$\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PO}}^2-\overline{\mathrm{TO}}^2=\alpha^2+\beta^2-a^2$



$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=\overline{\mathrm{PT}}^2$

$\therefore\ (x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-a^2\cdots$㉡

㉠ − ㉡을 하면,

$x^2+y^2-(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2$

$=-\alpha^2-\beta^2+2a^2$

$\therefore\ 2\alpha x+2\beta y=2a^2$

$\therefore\ \alpha x+\beta y=a^2$

28. 집합A $= \{\phi,\ 0,\ 1,\ 2,\ \{0,1\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\phi \in A$ ② $\phi \subset A$ ③ $\{0,\ \{0,1\}\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$ ⑤ $\{0,\ 1\} \in A$

해설

집합 A 에서 ϕ 는 원소이면서 또한 ϕ 는 모든 집합의 부분집합이므로 $\phi \in A$, $\phi \subset A$ 이다.
그러나 1 은 A 의 원소이므로 $1 \in A$, $\{1\} \subset A$ 이어야 한다.

29. $A=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$ 이다. $n(A\cap B\cap X)=1$, $B\cup X=B$ 인 집합 X 는 모두 몇 개인가?

① 21 개　② 22 개　③ 23 개　④ 24 개　⑤ 25 개

해설

$A\cap B=\{2,\ 4,\ 6\}$, $B\cup X=B$ 에서 $X\subset B$,
즉 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 2, 4, 6 중 어느 하나만 원소로 갖는 집합이므로
2, 4, 6 중 2 만을 원소로 가질 때 $2^3=8$
4, 6 만을 원소로 가질 때에도 마찬가지 이므로
집합 X 의 개수는 $8\times 3=24$ (개)

30. $T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$이라 하고, $P_n = \dfrac{T_2}{T_2 - 1} \times \dfrac{T_3}{T_3 - 1} \times \cdots \times \dfrac{T_n}{T_n - 1}$ $(n \geq 2)$라고 할 때, P_{1991}에 가장 근사한 값은?

① 2.0 ② 2.3 ③ 2.6 ④ 2.9 ⑤ 3.2

해설

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{T_n}{T_n - 1} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2} - 1} = \frac{(n+1)n}{(n+2)(n-1)}$$

$$= \frac{(n+1)}{(n-1)} \cdot \frac{n}{(n+2)}$$

$$P_n = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 4} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 5} \times \cdots \times \frac{(n+1) \cdot n}{(n-1)(n+2)} = \frac{3n}{n+2}$$

$$\therefore P_{1991} = \frac{3 \cdot 1991}{1993} \fallingdotseq 2.9$$