

1. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 일 때, 함수 f 의 치역을 구하면?

① $\{-1, 1\}$

② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{-1, 0, 2\}$

⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

해설

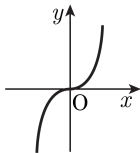
$f(x) = 2x^2 - 3x$ 이므로

$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$

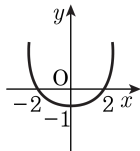
따라서 치역은 $\{-1, 0, 2\}$

2. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

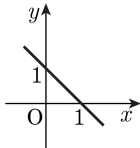
①



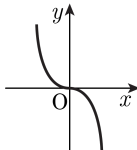
②



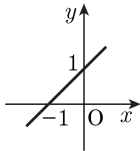
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

3. 일차함수 $y = px + q$ 의 역함수가 $y = -5x + 7$ 일 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 는?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ 4

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 8

해설

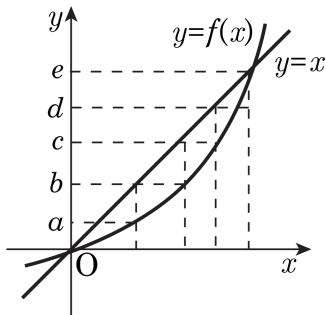
$y = -5x + 7$ 의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

4. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \cdot f)^{-1}(b)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \cdot f)^{-1}(b) = (f^{-1} \cdot f^{-1})(b)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$f^{-1}(b) = k \text{ 라고 하면, } f(k) = b$$

$$\therefore k = c$$

$$\therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$$

$$\text{또, } f^{-1}(c) = t \text{ 라고 하면, } f(t) = c$$

$$\therefore t = d$$

$$\therefore (f \cdot f)^{-1}(b) = d$$

5. 삼차함수 $y = -x^3$ 에 대하여 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -4

② 5

③ -5

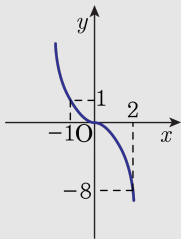
④ 7

⑤ -7

해설

$y = -x^3$ 의 그래프는 다음 그림과 같고
 $x = 2$ 일 때 최소이고, $x = -1$ 일 때 최대이
므로

$$f(2) = -8, f(-1) = 1 \text{ 에서 구하는 값은}$$
$$f(2) + f(-1) = -8 + 1 = -7$$



6. 유리식 $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4x + 4}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x+1}{x}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x}{x+1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

7. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

8. 72의 양의 약수의 개수는?

① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 16

해설

72를 소인수 분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$

2^3 의 약수는 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$,

3^2 의 약수는 $3^0, 3^1, 3^2$

그런데 72의 양의 약수는 $2^x \times 3^y$ 의 꼴이 되므로

$0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2$

따라서 x, y 가 되는 정수의 개수는 각각 4, 3이므로

구하는 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$4 \times 3 = 12(\text{개})$

9. $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{ 의 값은?}$$

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

10. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \sqrt{2x} \text{를 } x\text{축으로 } -3\text{만큼}$$

y 축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.

$$\text{따라서 } m = -3, n = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n - m = 1$$

11. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

① 1, 2 사분면

② 1, 4 사분면

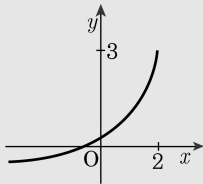
③ 1, 2, 3 사분면

④ 2, 3, 4 사분면

⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore$ 1, 2, 3 사분면을 지난다.



12. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

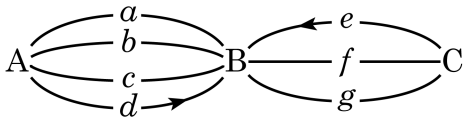
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

13. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
 ④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

14. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

15. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$

② ${}_nP_4$

③ ${}_nC_4$

④ ${}_nP_5$

⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

16. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

17. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

① 5

② 10

③ 15

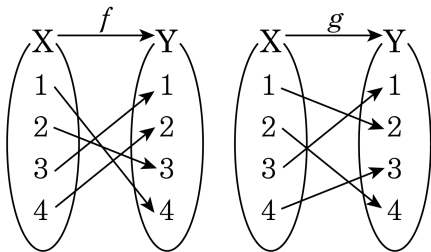
④ 20

⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

18. 두 함수 f, g 가 아래 그림과 같이 정의될 때, $g = h \cdot f$ 를 만족시키는 함수 h 에 대하여 $h(2)$ 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$g = h \cdot f$ 이고 함수 f 는 일대일대응이므로
역함수가 존재한다.

$$\therefore g \cdot f^{-1}$$

$$= (h \cdot f) \cdot f^{-1} = h \cdot (f \cdot f^{-1})$$

$$= h \cdot I = h$$

$$\therefore h(2) = (g \cdot f^{-1})(2)$$

$$= g(f^{-1}(2))$$

$$= g(4) (\because f^{-1}(2) = 4)$$

$$\therefore g(4) = 3$$

19. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

① $\frac{8x^4}{1-x^4}$

② $\frac{8}{1-x^4}$

③ $\frac{8x^4}{1-x^8}$

④ $\frac{8}{1-x^8}$

⑤ $\frac{8x^4}{1+x^8}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8} \end{aligned}$$

20. 두 함수의 그래프 $y = x - 1, y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점 (p, q) 에 대해 대칭인 유리함수 $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ 가 원점을 지난다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = x - 1$ 과 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점은

$$x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2, \quad 2x - 2 = -x + 4$$

$$\therefore x = 2, y = 1 \quad \therefore (p, q) = (2, 1)$$

이 때, $(2, 1)$ 에 대해 대칭인 유리함수는

$y = \frac{k}{x - 2} + 1$ 이고 원점을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-2} + 1$$

$$\therefore k = 2$$

$$y = \frac{2}{x - 2} + 1 = \frac{2 + x - 2}{x - 2} = \frac{x}{x - 2}$$

$$= \frac{cx + d}{ax + b}$$

$$\therefore a = 1, b = -2, c = 1, d = 0$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

21. 식 $(a + b + c)(x + y + z)$ 를 전개하였을 때, 항의 개수는?

① 6

② 9

③ 12

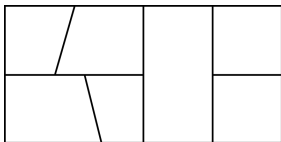
④ 15

⑤ 18

해설

a, b, c 가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로 $3+3+3 = 9$

22. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



① 4020

② 5160

③ 6480

④ 7260

⑤ 8400

해설

e / b	a	f
d \ c		g

a 에 색칠하는 방법의 수는 5 가지

b 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지

c 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지

d 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지

e 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로

a, b, c, d, e 에 색칠하는 방법의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540 \text{ (가지)}$$

f 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지

g 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로

f, g 에 색칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$$540 \times 12 = 6480 \text{ (가지)}$$

23. R 가 실수 전체의 집합일 때, R 에서 R 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.

$$f: x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a \quad (x \in R, a \in R)$$

함

수 f 가 일대일 대응이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$

② $a \leq -1$

③ $a > -1$

④ $a < 1$

⑤ $a \leq 1$

해설

$f(x) = a|x-1| + (2-a)x + a$ 에서 $x \geq 1$, $x < 1$ 인 경우로 나누면,
 $x \geq 1$ 일 때, $f(x) = a(x-1) + (2-a)x + a$
 $x < 1$ 일 때, $f(x) = a(1-x) + (2-a)x + a$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 1) \\ -2(a-1)x + 2a & (x < 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 R 에서 R 로의 일대일 대응이려면
 $x \geq 1$ 에서 기울기가 양이므로 $x < 1$ 에서도 기울기가 양이어야
 한다.

즉, $-2(a-1) > 0$, $a-1 < 0$

$\therefore a < 1$

24. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

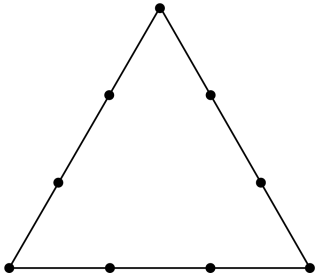
해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

25. 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 9 개의 점 중에서 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 64

② 68

③ 72

④ 76

⑤ 80

해설

9 개의 점에서 3 개의 점을 선택하는 가지 수에서 직선 위 4 개의 점 중 3 개의 점을 선택하는 경우의 수를 빼준다.

$${}_9C_3 - ({}_4C_3 \times 3) = 72$$