

1. 다음 중에서 기호를 바르게 사용한 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $\emptyset \subset A$ ② $3 \in \{1, 2, 3\}$ ③ $\{1, 2\} \in \{1, 2\}$
④ $\{0\} \subset \emptyset$ ⑤ $1 \subset \{1, 2\}$

해설

- ③ $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$
④ $\emptyset \subset \{0\}$
⑤ $1 \in \{1, 2\}$

2. 두 집합 $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{x-1, x+4, 3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $x-1 = 1, x+4 = 6$
 $\therefore x = 2$

4. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $A \subset A$

③ $A \subset (A \cup B)$

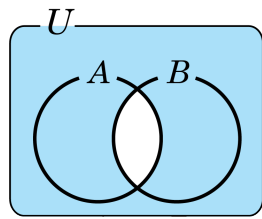
④ $A \subset (A \cap B)$

⑤ $(B \cap A) \subset B$

해설

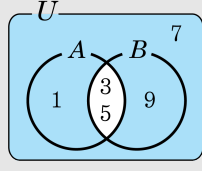
④ $A \supset (A \cap B)$

5. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



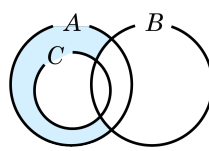
- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 9\}$ ③ $\{5, 9\}$
④ $\{1, 5, 9\}$ ⑤ $\{1, 7, 9\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 7, 9\}$ 이다.

6. 집합 A, B, C 의 포함관계가 다음과 같을 때, 다음 중 색칠한 부분을 옳게 나타낸 것은?



- ① $(A - B) \cap (B - C)$ ② $(A - B) \cap (A - C)$
③ $A \cap B \cap C^c$ ④ $A \cap (B \cup C)$
⑤ $(A - B) \cup (B - C)$

해설

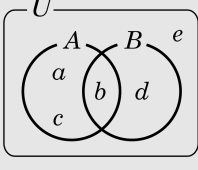
색칠한 부분은 A 에서 $B \cup C$ 를 뺀 것이다. 변형하면 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c = (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c) = (A - B) \cap (A - C)$

7. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

- ① $\{a\}$ ② $\{a, c\}$ ③ $\{b\}$ ④ $\{e\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$ 이다.



8. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

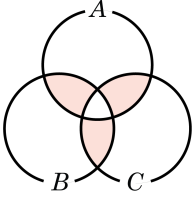
9. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_nP_4$ ③ ${}_nC_4$ ④ ${}_nP_5$ ⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

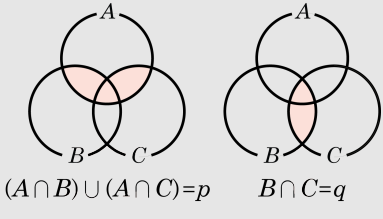
10. 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \star Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의할 때, 다음의 벤다이어그램에서 빗금 친 부분을 나타내는 것은?



- ① $\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C)$
- ② $\{(A \cup B) \cap (A \cup C)\} \star (B \cap C)$
- ③ $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$
- ④ $\{(A \cup B) \star (A \cup C)\} \cup (B \cap C)$
- ⑤ $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$

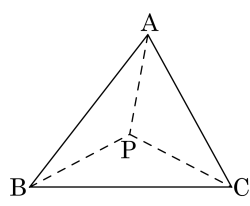
해설

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = p, B \cap C = q,$
 $\therefore X \star Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$
 $= (X \cup Y) - (Z \cap Y)$
 $\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C)$
 $\Rightarrow p \star q = (p - q) \cup (q - p)$



11. 넓이가 a 인 삼각형 ABC의 내부에 한 점 P에 대하여 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{a^2}{3}$ ② a^2 ③ $\sqrt{3}a^2$
 ④ $3a^2$ ⑤ $3\sqrt{3}a^2$



해설

$$S_1 + S_2 + S_3 = a$$

$$(1^2 + 1^2 + 1^2)(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \geq (S_1 + S_2 + S_3)^2 = a^2$$

$$\therefore S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \geq \frac{a^2}{3}$$

12. 540의 양의 약수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1680

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 2^2)(1 + 3 + 3^2 + 3^3)(1 + 5) \\ & = 7 \times 40 \times 6 = 1680 \end{aligned}$$

13. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$$
 $(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$
 $(4, 1, 2, 3), (4, 2, 1, 3), (4, 3, 2, 1)$ $(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

∴ 9 가지

14. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
 ${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

15. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

16. 12개의 프로 야구팀이 다른 모든 팀과 각각 3번씩경기를 치르는 리그 전을 벌일 때, 전체 경기 수는?

① 120 ② 144 ③ 168 ④ 198 ⑤ 200

해설

(12 개의 팀 중에서 2 개의 팀을 고르는 방법) $\times 3$
 $= {}_{12}C_2 \times 3 = 198$

17. 10 개의 팀이 참가하는 프로 축구 K리그에서 각 팀은 나머지 팀과 각각 같은 수의 경기를 치른다. 전체 135 경기가 치러졌을 때, 각 팀이 다른 한 팀과 치르는 경기 수는?

- ① 2경기 ② 3경기 ③ 4경기
④ 5경기 ⑤ 6경기

해설

각팀이 다른 한 팀과 치른 경기 수를 n 이라 하면,

$${}_{10}C_2 \times n = 135$$

$$\therefore n = 3$$

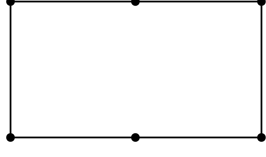
18. 대각선의 개수가 35인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}{}_nC_2 - n &= 35, \quad \frac{n(n-1)}{2 \times 1} - n = 35, \\n^2 - 3n - 70 &= 0, \quad (n-10)(n+7) = 0 \\ \therefore n &= 10 \quad (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

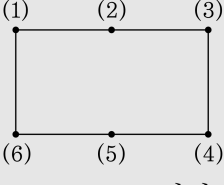
19. 직사각형에 그림과 같이 6 개의 점을 찍었다. 이 점 중 4 개를 선택하여 만들 수 있는 사각형의 개수는?



- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

- (i) 6 개 중에서 4 를 선택할 가짓수는
 $\Rightarrow {}_6C_4 = 15$
(ii) 사각형이 되지 않는 가짓수는 예를 들어
(1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 5) 와 같이 6(가지)



20. 15명의 학생을 4명, 4명, 7명의 3조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 225225 가지

해설

$${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_4 \times {}_7C_7 \times \frac{1}{2!}$$

21. 수련회에 참가한 여학생 5 명과 남학생 6 명을 4 개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1 호실에 3 명, 2 호실에 2 명을 배정하고, 남학생은 3 호실과 4 호실에 각각 3 명씩 배정하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 200 가지

해설

여학생 5 명을 1, 2 호실에 각각 3 명, 2 명씩

배정하는 방법의 수는 ${}_5C_3 \times {}_2C_2 = 10$ (가지)

남학생 6 명을 3, 4 호실에 각각 3 명씩

배정하는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 20 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는 $10 \times 20 = 200$ (가지)

22. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$B = \{3, 4, 5\}$
 $(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$
집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

23. 어느 백화점의 가구 코너에서 모든 제품의 40 %는 수입품이고, 모든 제품의 30 %는 가격이 300 만 원 이상이다. 가격이 300 만 원 이상인 제품의 60 %가 수입품이라고 할 때, 수입품이 아니고 가격이 300 만 원 미만인 제품은 전체 제품의 몇 %인지 구하여라.

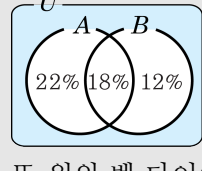
▶ 답 : %

▶ 정답 : 48%

해설

모든 제품의 집합을 U , 수입품의 집합을 A , 가격이 300만 원 이상인 제품의 집합을 B 라 하면 가격에 300만 원 이상인 제품 (전체의 30%) 중에서 수입품은 60% 이므로 $A \cap B$ 는 전체의 $\left(\frac{30}{100} \times \frac{60}{100}\right) \times 100 = \frac{18}{100} \times 100 = 18(\%)$

$$\left(\frac{30}{100} \times \frac{60}{100}\right) \times 100 = \frac{18}{100} \times 100 = 18(\%)$$



또 위의 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 는 전체의 52%를 차지한다. 따라서 수입품이 아니고 가격이 300만 원 미만인 제품은 위의 벤 다이어그램의 어두운 부분에 해당하므로 전체 제품의 $100 - 52 = 48(\%)$ 가 된다.

24. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -4x + 5$ 에 대하여 $f \circ h = g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$f \circ h = g$ 의 양변의 왼쪽에 f^{-1} 를 합성하면 $f^{-1} \circ (f \circ h) = f^{-1} \circ g$
 $f^{-1} \circ (f \circ h) = (f^{-1} \circ f) \circ h = I \circ h = h$ (단, I 는 항등함수)
 $\therefore h = f^{-1} \circ g$

한 편, $f(x) = 2x - 1$ 에서 $y = 2x - 1$ 로 놓고, x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}(y + 1)$$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{1}{2}(x + 1)$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x + 5) = \frac{1}{2}(-4x + 5 + 1) = -2x + 3$$

$$\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$$

25. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$ 일 때, $h(c)$ 의 값은?

- ①

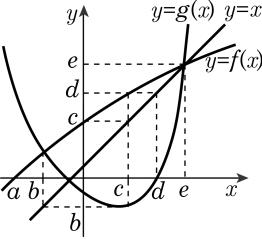
a
- ②

b
- ③

c
- ④

d
- ⑤

e



해설

$$\begin{aligned} h(c) &= (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c))) \\ &= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(e) \\ f^{-1}(0) &= k \text{라 하면 } f(k) = 0 \\ \therefore k &= a \\ \text{따라서 } h(c) &= a \end{aligned}$$

26. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하면?

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면
 $17+x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$
 $\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{1}, x = 2yz \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $z = 1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.
 $z = 2$ 이면 $y^2 = 9 \therefore y = 3$
 $z = 3$ 이면 $y^2 = -1 < 0$ 이므로 모순
 $\therefore x = 12, y = 3, z = 2$
 $\therefore x + y + z = 17$

27. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

- ① 150 ② 171 ③ 180 ④ 187 ⑤ 210

해설

0 이 반드시 포함된 경우라는 것은 0 이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9 가지,
십의 자리 수는 10 가지, 일의 자리 수는 10 가지 이므로 총 900 가지
여기에서 여사건인 0 이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1 에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
 $\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

28. 두 집합 $A = \{3, a + 3, 2a + 3\}$, $B = \{5, a + 4, 4a + 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 7\}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{3, a + 3, 2a + 3\}$, $B = \{5, a + 4, 4a + 3\}$ 이고,
 $A - B = \{3, 7\}$ 이므로 집합 A 는 반드시 원소 7 을 가진다.
(1) $a + 3 = 7$ 일 때, $a = 4$ 이고, $A = \{3, 7, 11\}$, $B = \{5, 8, 19\}$ 이다.
이때 $A - B \neq \{3, 7\}$ 이므로 성립할 수 없다.
(2) $2a + 3 = 7$ 일 때, $a = 2$ 이고, $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{5, 6, 11\}$ 이다.
이때 $A - B = \{3, 7\}$ 이므로 성립된다.
 $\therefore a = 2$

29. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의
최솟값을 구하여라.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \\ & \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2 \\ & \sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2 \\ & \text{따라서 주어진 식의 최솟값은 } 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

30. $\frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} - \frac{x+5}{x+4} + \frac{x+6}{x+5}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x-1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ② $\frac{2(2x+1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ③ $\frac{2(2x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ④ $\frac{2(x+5)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ⑤ $\frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+5}\right) \\
 &= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+5} \\
 &= \frac{2x+7}{(x+2)(x+5)} - \frac{2x+7}{(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{(2x+7)(x^2+7x+12-x^2-7x-10)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)} \\
 &= \frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}
 \end{aligned}$$