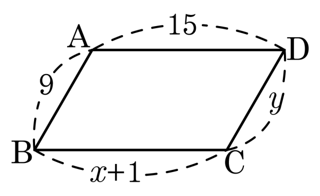
1. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 차례로 구한 것은?



① $9, 15$ ② $15, 9$ ③ $9, 9$ ④ $14, 9$ ⑤ $9, 14$

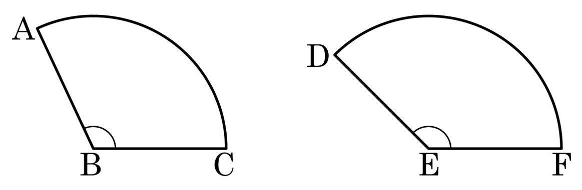
해설
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 한다.
$x + 1 = 15, x = 14$
$y = 9$

2. 다음은 평행사변형이 직사각형이 되는 것에 대한 이야기이다. 바르게 말한 학생은?

① 관식 : 평행사변형에서 각 대각선이 서로 다른 대각선을 이등분하면 직사각형이야.
② 관희 : 평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 직사각형이야.
③ 민희 : 평행사변형의 두 내각의 크기의 합은 180° 일 때 직사각형이야.
④ 진수 : 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같거나, 한 내각의 크기가 90° 이면 직사각형이야.
⑤ 정민 : 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 직사각형이야.

해설
평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
따라서 진수가 바르게 말했다.

3. 다음 그림에서 두 부채꼴이 항상 닮음이 되기 위하여 필요한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{BC} = \overline{EF}$

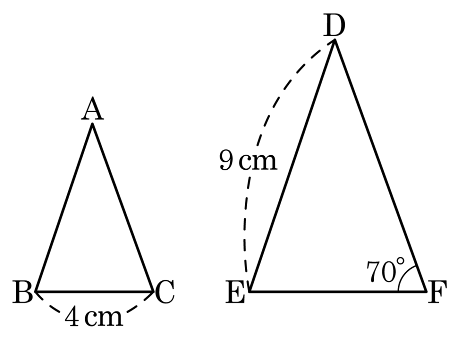
③ $\angle ABC = \angle DEF$ ④ 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{DF}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DE}$

해설

두 부채꼴의 중심각의 크기가 같으면 확대, 축소했을 때 반지름의 길이와 호의 길이가 일정한 비율로 변하므로 $\angle ABC = \angle DEF$ 가 답이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 $2:3$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle C = 70°$　　㉡ $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 9$

㉢ $\angle A : \angle D = 2 : 3$

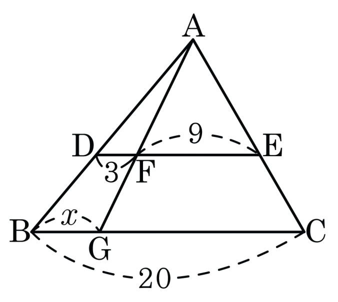
▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle c$ 의 크기는 대응각 $\angle F$ 와 같이 $70°$ 이다. (◯)
㉡ 닮음 도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같다. 따라서 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 3$ 이 된다.(×)
㉢ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다. 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.(×)

5. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. 이때, x 의 값은?



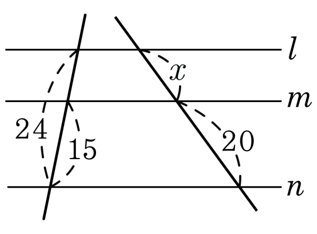
① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$\overline{DF} : \overline{DE} = \overline{BG} : \overline{BC}$ 이므로

$3 : 12 = x : 20 \;\; \therefore x = 5$

6. 다음 그림에서 $l // m // n$ 일 때, x 의 값을 정하여라.



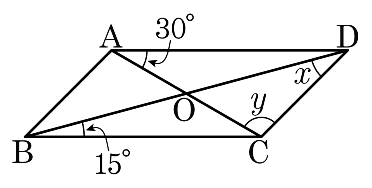
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$l // m // n$ 이므로 $(24 - 15) : x = 15 : 20$ 이다. $9 : x = 3 : 4$, $3x = 36$ 따라서 $x = 12$ 이다.

7. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle\mathrm{CAD} = 30^\circ$, $\angle\mathrm{CBD} = 15^\circ$ 라고 할 때, $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



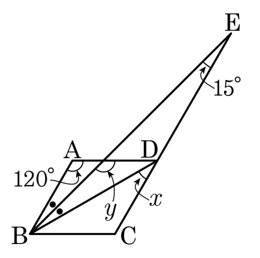
▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC} = 15^\circ$ $\angle\mathrm{AOB} = 30 + 15 = 45^\circ$, $\angle\mathrm{BOC} = 135^\circ = \angle x + \angle y$ 이다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DB}}$ 를 긋고 $\angle$ABD 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

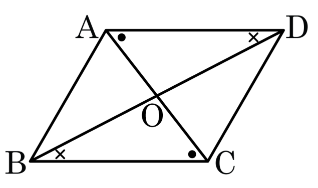


① $145\,°$ ② $150\,°$ ③ $155\,°$ ④ $160\,°$ ⑤ $165\,°$

해설

$\angle$BED $= 15\,°$ 이므로 $\angle y = 120\,° + 15\,° = 135\,°$ 이고 $\angle x = 15\,° \times 2 = 30\,°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 30\,° + 135\,° = 165\,°$ 이다.

9. ▱ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



▱ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O 는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점
△ABO 와 △CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ ⋯㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②∠ABO = ∠CDO (<u>엇각관계</u>) ⋯㉡
③∠BAO = ∠DCO (<u>엇각관계</u>) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
△ABO ≡ △CDO (④ <u>SAS 합동</u>)
∴ $\overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$

② ∠ABO = ∠CDO (<u>엇각관계</u>)

③ ∠BAO = ∠DCO (<u>엇각관계</u>)

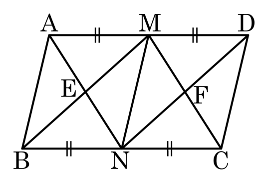
④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는? (단, E, F 는 두 선분의 교점이고, $\square ABCD = 24\text{cm}^2$ 이다.)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 6cm^2 ⑤ 8cm^2

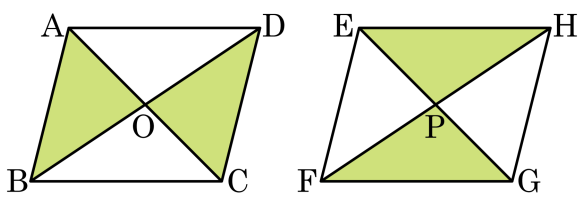
해설

$\square ABNM = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이고

$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABNM$ 이므로

$\triangle ABE = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 24 = 3(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 24cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 와 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $24\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle\text{PEF} + \triangle\text{PGH} = \triangle\text{PEH} + \triangle\text{PFG}$ 이므로 전체의 절반이 된다. 그러므로 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다. 색칠한 부분의 넓이는 각각 12cm^2 이 된다. 따라서 $12 + 12 = 24(\text{cm}^2)$ 이 된다.

12. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

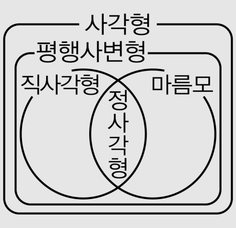
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설



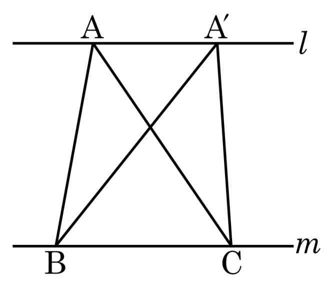
13. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 직사각형
④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

14. 다음 그림에서 $l\,/\!/\,m$ 이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 30cm^2 일 때, $\triangle$A′BC 의 넓이는?

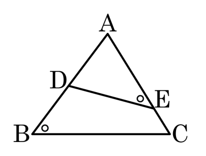


① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

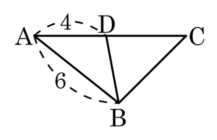
해설
삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle$ABC = $\triangle$A′BC
따라서 $\triangle$A′BC 의 넓이는 30cm^2 이다.

15. 다음 각 도형에서 닮음인 두 삼각형을 기호로 바르게 나타낸 것은?

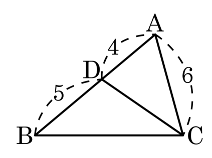
① $\triangle ABC \backsim \triangle ADE(\angle B = \angle E)$



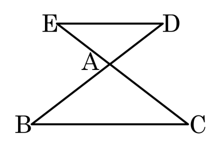
② $\triangle ABD \backsim \triangle BCD$



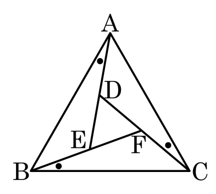
③ $\triangle ADC \backsim \triangle BDC$



④ $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$



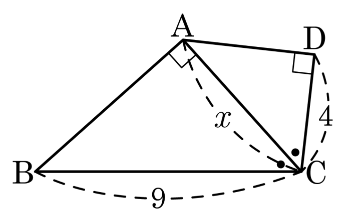
⑤ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF(\angle BAE = \angle FBC = \angle DCA)$



해설

$\angle ABC = \angle DEF, \angle BAC = \angle EDF, \angle ACB = \angle DFE$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음) 이다.

16. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 $\angle BCA = \angle ACD$, $\angle ADC = \angle BAC = 90°$ 일 때, x 의 값을 구하면? (단, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AC} = x$)

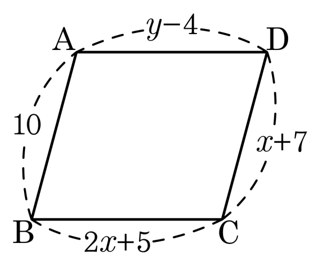


① $\frac{15}{2}$ ② 7 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle ACD = \angle BCA$,
$\angle ADC = \angle BAC$ 이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle BAC$
(AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$
$x : 9 = 4 : x$
$x^2 = 36$
$\therefore\ x = 6\ (\because x > 0)$

17. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

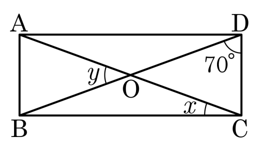


① $x=4,\ y=15$ ② $x=3,\ y=16$ ③ $x=4,\ y=16$
④ $x=3,\ y=15$ ⑤ $x=5,\ y=12$

해설

$10=x+7,\ y-4=2x+5$이므로
$x=3,\ y=15$이다.

18. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 30°　② 40°　③ 50°

④ 60°　⑤ 70°

해설

$\angle\mathrm{ODC} = \angle\mathrm{DCO} = 70°$, $\angle x + \angle\mathrm{DCO} = 90°$

$\therefore\ \angle x = 90° - 70° = 20°$

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{CBD} = 20°$

$\therefore \angle y = \angle x + \angle\mathrm{CBD} = 20° + 20° = 40°$

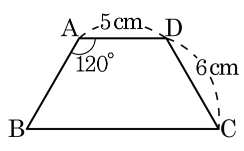
따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

19. 다음 사각형 중 등변사다리꼴을 모두 고르면?

① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 마름모
④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설
등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같은 사각형은 직사각형과 정사각형이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\angle A = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

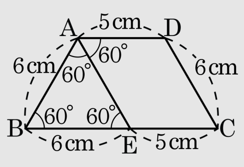


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

□AECD 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{EC} = 5\text{cm}$

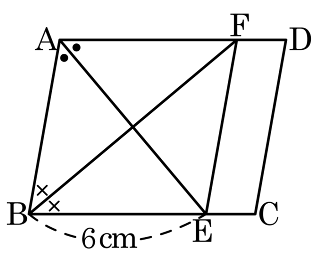


△ABE 는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = 6\text{cm}$

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 6 + 5 = 11(\text{cm})$

□ABCD 의 둘레는 $5 + 6 + 11 + 6 = 28(\text{cm})$

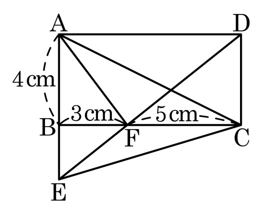
21. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이고, ∠A, ∠B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □ABEF 의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 18cm ③ 24cm ④ 30cm ⑤ 36cm

해설
대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF 의 둘레는 $6 \times 4 = 24(\mathrm{cm})$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 $\overline{\mathrm{ED}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle$FEC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

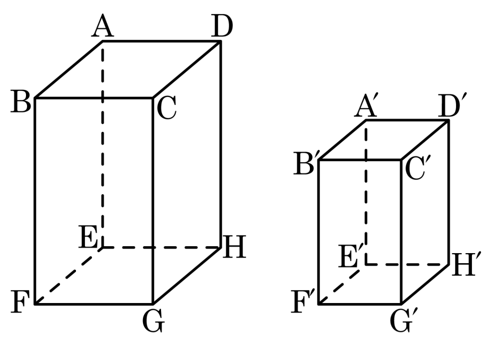
▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{BD}}$ 를 그으면 $\triangle\mathrm{BFD} = \triangle\mathrm{FEC}$ 이므로

$\triangle\mathrm{FEC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

23. 다음 두 직육면체가 서로 닮음이고 □BFGC 와 □B′F′G′C′ 가 서로 대응하는 면일 때, □C′G′H′D′ 와 대응하면 면은?



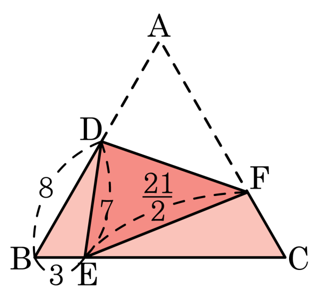
① □A′E′H′D′　② □C′G′H′D′　③ □CGHD

④ □A′B′F′E′　⑤ □ABFE

해설

□C′G′H′D′ 에 대응하는 면은 □CGHD 이다.

24. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{DB}} = 8$, $\overline{\mathrm{BE}} = 3$, $\overline{\mathrm{DE}} = 7$, $\overline{\mathrm{EF}} = \frac{21}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{CF}}$ 와 $\overline{\mathrm{EC}}$ 의 길이의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CEF},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{C} = 60°$ 이므로

$\triangle\mathrm{BDE} \backsim \triangle\mathrm{CEF}$ (AA 닮음)

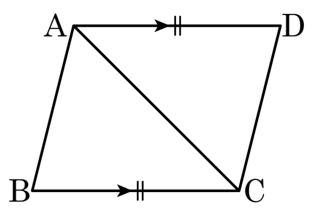
$7 : \frac{21}{2} = 3 : \overline{\mathrm{CF}},\ \overline{\mathrm{CF}} = \frac{9}{2}$

$7 : \frac{21}{2} = 8 : \overline{\mathrm{EC}}$

$7\overline{\mathrm{EC}} = 84,\ \overline{\mathrm{EC}} = 12$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CF}} \times \overline{\mathrm{EC}} = \frac{9}{2} \times 12 = 54$

25. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?

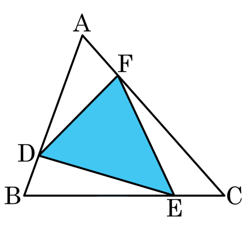


가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$
결론) $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$
증명) 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠
ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡
ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)
ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설
ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

26. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 6\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $14\,\underline{cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ADF &= \frac{3}{4}\triangle ABF \\ &= \frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\triangle ABC \\ &= \frac{3}{16}\triangle ABC\end{aligned}$$

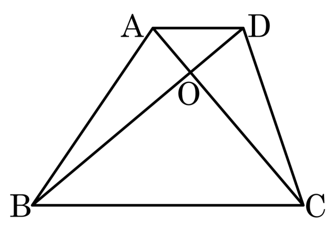
$\triangle ABC = \frac{16}{3}\triangle ADF = \frac{16}{3}\times 6 = 32\ (cm^2)$

마찬가지로 $\triangle DBE = \frac{3}{16}\triangle ABC$,

$\triangle FEC = \frac{3}{16}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF = \frac{7}{16}\triangle ABC = \frac{7}{16}\times 32 = 14\ (cm^2)$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다. $\square ABCD = 64cm^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



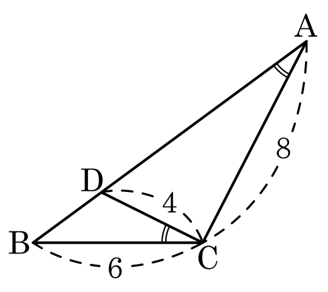
▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $12\underline{cm^2}$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64cm^2$, $a = 4cm^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12cm^2$.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고, $\angle BAC = \angle BCD$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



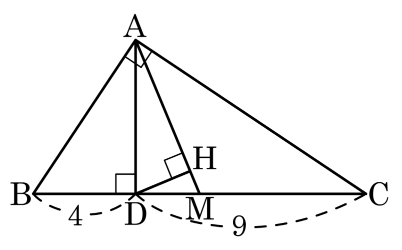
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 와 $\triangle BAC$ 에서
$\angle B$ 는 공통, 조건에서 $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로
$\triangle BCD \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)
$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CD} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{BC}$
$6 : \overline{BA} = 4 : 8 = \overline{BD} : 6$
$\overline{BA} = \dfrac{6 \times 8}{4} = 12$
$\overline{BD} = \dfrac{4 \times 6}{8} = 3$
따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 12 - 3 = 9$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

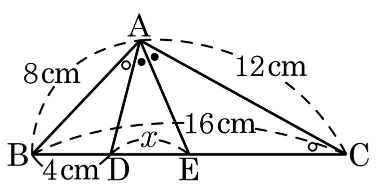
$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.

점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.

$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\quad \therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$

30. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$ $\therefore$ $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 에서 $8 : 16 = \overline{AD} : 12$
$\therefore \overline{AD} = 6(\text{cm})$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로 $6 : 12 = x : (12 - x)$
$\therefore x = 4(\text{cm})$