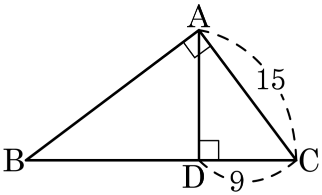
1. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle AHC = 90^\circ$ 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 80 ② 96 ③ 120 ④ 135 ⑤ 150

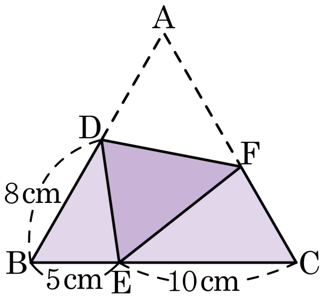
해설

$\overline{AC}^2 = \overline{HC} \times \overline{BC}$, $15^2 = 9(9 + \overline{BH})$ $\therefore \overline{BH} = 16$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$, $\overline{AH}^2 = 16 \times 9$ $\therefore \overline{AH} = 12$

$\therefore$ $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 25 \times 12 = 150$

2. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{EC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이는 ?



① 8cm
② $\dfrac{35}{4}\text{cm}$
③ 7cm
④ $\dfrac{25}{4}\text{cm}$
⑤ 6cm

해설

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60°$

$\angle BDE = \angle CEF$

$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

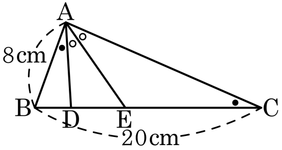
$\overline{BD} : \overline{CE} = 8 : 10 = 4 : 5$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이고, 한 변의 길이는 15cm 이다.

따라서, $\overline{AD} = \overline{DE} = 7\text{cm}$, $4 : 5 = 7 : \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = \overline{AF} = \dfrac{35}{4}\text{cm}$

3. $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle DAE = \angle CAE$ 이다. $5\overline{DE}$ 의 길이는?



① 15 cm ② 18 cm ③ 20 cm

④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

$\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 는 AA 닮음

따라서 $8 : \overline{BD} = 20 : 8$,

$\overline{BD} = \frac{16}{5}$ cm 이고 $\overline{AC} : \overline{AD} = 5 : 2$

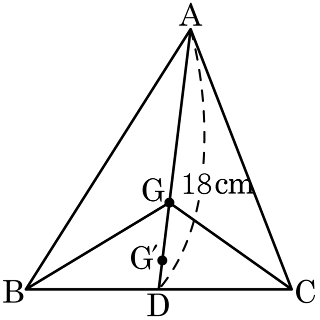
그리고 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 가 각의 이등분선이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 5$

따라서 $\overline{DE} = \frac{2}{7}\left(20 - \frac{16}{5}\right) = \frac{24}{5}$ (cm)

$5\overline{DE} = 24$ (cm)

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 무게중심을 G, $\triangle GBC$의 무게중심을 G′이라 하고, $\overline{AD}=18\text{cm}$일 때, $\overline{GG'}$의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

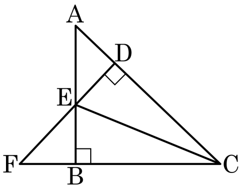
해설

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6\,(\text{cm})$,

$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이므로 $\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=4\,(\text{cm})$

이다.

5. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 잘못 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

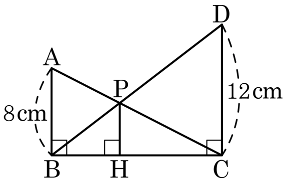
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB}, \overline{PH}, \overline{DC}$ 는 모두 $\overline{BC}$ 와 수직이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}, \overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PH}$ 의 길이는?



① 2.4cm　　② 3.2cm

③ 3.6cm　　④ 4cm

⑤ 4.8cm

해설

$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{AP} : \overline{CP} = 2 : 3$ 이므로

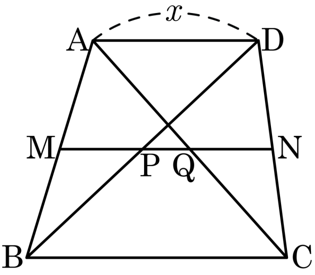
$\overline{BC} : \overline{CH} = 5 : 3$

$\overline{BC} : \overline{CH} = \overline{AB} : \overline{PH}$

$5 : 3 = 8 : \overline{PH}$

$\therefore \overline{PH} = 4.8(\text{cm})$

7. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점이 각각 M , N 이고 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=36$, $\overline{\mathrm{MP}}:\overline{\mathrm{PQ}}=7:4$ 일 때, x의 값은?



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BC}}=36-x$ 라 하면

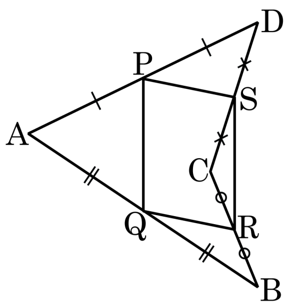
$\overline{\mathrm{MP}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}x$, $\overline{\mathrm{MQ}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}(36-x)$

$\overline{\mathrm{MP}}:\overline{\mathrm{MQ}}=7:11$ 이므로

$\frac{1}{2}x:\frac{1}{2}(36-x)=7:11$

$\therefore\ x=14$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AP}=\overline{PD}$, $\overline{AQ}=\overline{QB}$, $\overline{BR}=\overline{RC}$, $\overline{CS}=\overline{SD}$ 인 네 점을 잡아 사각형 PQRS 를 만들었다. 다음 설명 중 옳은 것은?



㉠ 점 A, B, C, D 를 연결하여 만든 도형은 사각형이 아니다.

㉡ 사각형 PQRS 는 평행사변형이다.

㉢ 삼각형 APQ 는 정삼각형이다.

㉣ 삼각형의 중점연결정리에 따라 $2\times\overline{PS}=\overline{AB}$ 이다.

㉤ $\overline{PQ}$ 와 $\overline{SR}$ 은 서로 평행하고, 길이가 같다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

점 B 와 D 를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BD}$

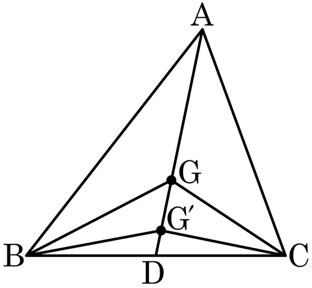
$\triangle CBD$ 에서 $\overline{RS}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{RS}\,/\!/\,\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{SR}, \overline{PQ}\,/\!/\,\overline{RS}$

따라서 □PQRS 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

9. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심일 때, $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D}$는?



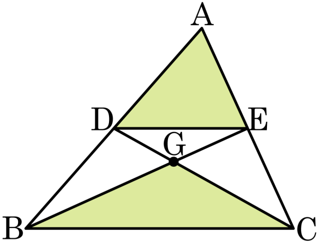
① $2:1:1$ ② $3:2:1$ ③ $4:2:1$

④ $5:2:1$ ⑤ $6:2:1$

해설

점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2:1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2:1$ 이다.
$\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6:2:1$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle ADE$와 $\triangle GBC$의 넓이의 비는?



① $1:1$ ② $2:3$ ③ $3:2$ ④ $3:4$ ⑤ $4:3$

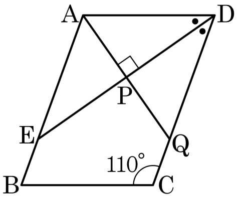
해설

점 G가 무게중심이므로

$\triangle ADE = \frac{1}{4}\triangle ABC$, $\triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ADE : \triangle GBC &= \frac{1}{4}\triangle ABC : \frac{1}{3}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3:4\end{aligned}$$

11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기는?



① 110°　② 120°　③ 135°

④ 145°　⑤ 150°

해설

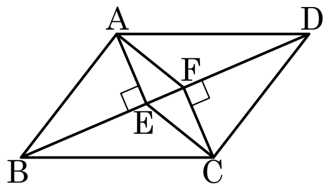
$\angle ADP = (180° - 110°) \div 2 = 35°$

$\angle DAP = 90° - 35° = 55°$

$\angle PAE = 110° - 55° = 55°$

$\therefore\ \angle PEB = 55° + 90° = 145°$

12. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. △AED ≡ △CFB의 합동 조건은?



[가정] □ABCD는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$

[결론] □AECF는 평행사변형

[증명] $\angle AED = \angle CFB$ (엇각)

$\overline{AE} // \overline{CF} \cdots$ ㉠

△AED와 △CFB에서

$\angle AED = \angle CFB = 90°$,

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$

따라서 △AED ≡ △CFB이다.

$\overline{AE} = \overline{CF} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

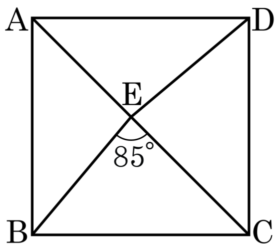
해설

△AED와 △CFB에서

$\angle AED = \angle CFB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$이므로

RHA 합동이다.

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 는 대각선이고, $\angle\mathrm{BEC} = 85°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADE}$ 의 크기는?

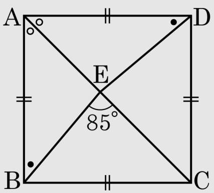


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$ 는 대각선이므로

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{DAE} = 45° \cdots$ ①



$\angle\mathrm{AEB} = 180° - 85° = 95° \cdots$ ②

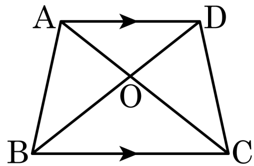
$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{ADE}$(SAS합동) 이므로

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{ABE} \cdots$ ③

①, ②, ③에서

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{ABE} = 180° - 45° - 95° = 40°$

14. 다음 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳은 것은?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$　　㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$

㉢ $\angle ABC = \angle DCB$　　㉣ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

㉤ $2 \times \triangle AOD = \triangle BOC$

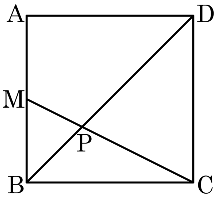
① ㉠, ㉢　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉤　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ 등변사다리꼴의정의에따라
밑변의양끝각의크기가같으므로
$\angle ABC = \angle DCB$이다.

㉣ $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

15. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 15\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① $120\,cm^2$ ② $140\,cm^2$ ③ $160\,cm^2$

④ $180\,cm^2$ ⑤ $200\,cm^2$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면

$\triangle PMB \equiv \triangle PNB$(SAS합동)

$\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 15(cm^2)$

$\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 15 \times 3 = 180(cm^2)$