

1. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

- ① $(x+1)^2 = -3$ ② $(x+1)^2 = 3$ ③ $(x+3)^2 = -1$
④ $(x+3)^2 = 1$ ⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$
 $\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면
① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$
② $x = -1 \pm \sqrt{3}$
③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$
④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$
⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a 는 상수)

① -1

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

3. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$ $x^2 + 2x + 1 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$ $x^2 + 2x + 4 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$ $x^2 + 4x + 2 = 0$

- ① $\textcircled{\tiny{\Gamma}}$

② $\textcircled{\tiny{\Delta}}$

③ $\textcircled{\tiny{\Xi}}$

④ $\textcircled{\tiny{\Gamma}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

⑤ $\textcircled{\tiny{\Delta}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

해설

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$ $(x + 1)^2 = 0$: 중근

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$ $a = 1, b' = 1, c = 4$
 $1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0$: 허근

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$ $a = 1, b' = 2, c = 2$
 $2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0$: 서로 다른 두 실근 (○)

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

6. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

7. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

8. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로
두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$
두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

10. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)
- ① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.
 - ② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.
 - ③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.
 - ④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

11. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$ 이므로
 $x = -2, x = 3$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$
(ii) $x < 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$
 $x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$
 $x = -1, x = 4$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$
(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로
두 근의 합은 2

12. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + 2n = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$$D' = (2k + m)^2 - 4(k^2 - k + 2n) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4km + 4k - 8n = 0$$

$$\Rightarrow 4k(m + 1) + m^2 - 8n = 0$$

임의의 k 에 대해 성립하려면

$$m + 1 = 0, \quad m^2 - 8n = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \quad n = \frac{1}{8}, \quad m + n = -\frac{7}{8}$$

13. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0 (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, 7 + \beta$$

$$\therefore x = \frac{7 + \alpha}{5}, \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

14. x 에 대한 이차방정식 $3x^2 - (2k + 5)x + 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 α 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha} = k^2$ 이 성립한다. 이때, 양수 k 의 값을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이 a 이면

다른 한 근은 $\frac{1}{a}$ 이다.

$$\therefore a + \frac{1}{a} = k^2 = \frac{2k+5}{3}$$

$$\therefore 3k^2 - 2k - 5 = 0$$

$$k = \frac{5}{3} \text{ 또는 } -1$$

$$\therefore \text{양수 } k = \frac{5}{3}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두 수 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 - bx + 4 = 0$ 이다. 이 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = a$
한편, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 방정식은
 $(\alpha + \beta) + \alpha\beta = a + 2$
 $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha\beta) = 2a$ 에서
 $x^2 - (a + 2)x + 2a = 0 \dots\dots ㉠$
㉠이 $x^2 - bx + 4 = 0$ 과 같으므로
 $a + 2 = b, 2a = 4$ 에서 $a = 2, b = 4$
 $\therefore a + b = 2 + 4 = 6$