

1. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{3x^2 + 13x + 4}$$

① $x \leq -4$ 또는 $x \geq -\frac{1}{3}$

② $x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$

③ $x \leq \frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$

④ $-4 \leq x \leq \frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} \leq x \leq 4$

해설

$$3x^2 + 13x + 4 \geq 0$$

$$(3x + 1)(x + 4) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq -\frac{1}{3}$$

2. $a < 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

3. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b \\ &= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b \end{aligned}$$

이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로

$$a = 2, \quad -2a + 1 = b, \quad 2 + b = c$$

따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로

$$\therefore a + b + c = -2$$

4. $0 < x \leq 1$ 일 때, 무리식 $\sqrt{1 + \frac{2x+1}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{2x-1}{x^2}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \frac{2x+1}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{2x-1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x^2}} - \sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2}} \\ &= \frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2 \end{aligned}$$

5. $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 을 계산하면?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$

② $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 5$

④ $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})$

⑤ $\frac{1}{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

6. $\sqrt{10 + \sqrt{96}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + b + \frac{2}{a + b}$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{6}$

② $\sqrt{6}$

③ $2 - \sqrt{6}$

④ $3 + \sqrt{6}$

⑤ $3 + \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{10 + \sqrt{96}} = \sqrt{10 + 2\sqrt{24}} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{4})^2}$$

$$= \sqrt{6} + 2, 2 + \sqrt{6} = 4. \times \times \times$$

$$\therefore \text{정수 부분 } a : 4 \text{ 소수 부분 } b : = \sqrt{6} - 2$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{2}{a + b} = 2 + \sqrt{6} + \frac{2}{2 + \sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{6} + 2 + \frac{2(\sqrt{6} - 2)}{(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)}$$

$$= 2\sqrt{6}$$

7. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 - (x-y)^2$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$$

$$= \sqrt{5}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 5 - (5 - 2\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$$

8. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

① $\{y \mid y \geq 1\}$

② $\{y \mid y \leq 3\}$

③ $\{y \mid y \geq 3\}$

④ $\{y \mid y \leq 5\}$

⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$$a - x \geq 0 \text{ 에서 } x \leq a$$

$$\therefore a = 4$$

$$y = -\sqrt{4-x} + b \text{ 의 그래프가 점 } (-5, 2) \text{ 를 지나므로 } 2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$$

$$\therefore b = 5$$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

9. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 이고,
함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 에 대하여 $f(2) = -1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의
정의역과 치역을 차례로 구하면?

- ① $\{x \mid x \leq -3\}, \{y \mid y \geq 1\}$
 ② $\{x \mid x \geq -2\}, \{y \mid y \geq -3\}$
 ③ $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}, \{y \mid y \leq -2\}$
 ④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq -1\}$
 ⑤ $\{x \mid x \geq 2\}, \{y \mid y \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-1} = -\frac{5}{x-1} + 2 \text{ 이므로 점근선의 방정식은 } x = 1, \\ y = 2$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + c \text{ 에서 } f(2) = -1 \text{ 이므로}$$

$$-1 = 2 + c \quad \therefore c = -3$$

$$\text{즉, } f(x) = \sqrt{x+2} - 3 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$ 이다.

10. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

① $ab > 0$ 이면 제 3사분면

② $ab < 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉥ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

11. 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq -1\}$ 이다.

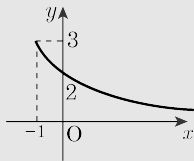
② 치역은 $\{y \mid y \geq 3\}$ 이다.

③ 그래프는 점 $(-1, 3)$ 을 지난다.

④ 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

⑤ 그래프는 제 2사분면을 지난다.

해설



$$y = -\sqrt{x+1} + 3$$

② 치역은 $\{y \mid y \leq 3\}$ 이다.

④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

⑤ 그래프는 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

12. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

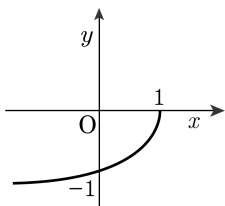
① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1,0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1$, $c = 0$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고
주어진 그래프가 점(0,-1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

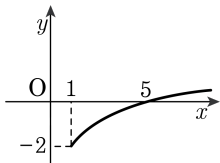
양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$, $c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0=0$$

13. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 1 ② -1 ③ 2
 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$ 의 그래프를 보면

점(1, -2)에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, c = -2$$

$$\therefore -b = a, c = -2$$

$y = \sqrt{ax - a} - 2$ 가 점(5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a - a} - 2, 2 = \sqrt{4a}$$

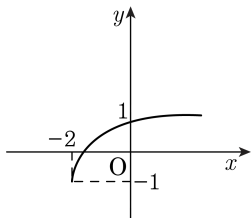
양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

14. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼

평행이동 시킨 것이므로 $b = 2, c = -1$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1 \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

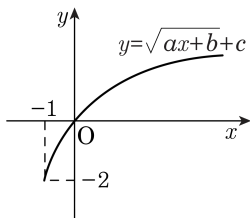
$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

15. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼

평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{ax+b}+c$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)}-2$$

이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)}-2$

$$\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$y = \sqrt{4x+4}-2$$

$$\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$$

16. 두 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 갖도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $1 \leq k < \frac{13}{4}$

② $2 \leq k < \frac{13}{4}$

③ $3 \leq k \leq \frac{13}{4}$

④ $3 < k < \frac{13}{4}$

⑤ $3 \leq k < \frac{13}{4}$

해설

직선과 포물선이 접하려면 $\sqrt{x+3} = x+k$

$$\therefore x+3 = (x+k)^2$$

$$x^2 + (2k-1)x + (k^2-3) = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-3) = 0$$

$$4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 12 = 0$$

$$\therefore -4k + 13 = 0$$

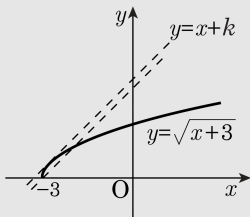
$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

또, 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -3 + k \quad \therefore k = 3$$

따라서 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때의 k 의 값의 범위는

$$3 \leq k < \frac{13}{4}$$



17. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ 에 대하여

$(f \circ g)(a) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(g \circ f)(4a)$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

해설

$$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(\sqrt{a}) = \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} = \frac{1}{2}, \quad 2\sqrt{a} = 1 + \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ f)(4a) &= (g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

18. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3x+4} - 2$ 에 대하여 $(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{3}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4) \\ &= (g \circ (g^{-1} \circ f) \circ g)(4) \\ &= ((g \circ g^{-1}) \circ f \circ g)(4) \\ &= (f \circ g)(4) \end{aligned}$$

이때, $g(4) = \sqrt{3 \cdot 4 + 4} - 2 = 2$ 이므로

구하는 값은 $f(g(4)) = f(2) = \frac{1}{3}$ 이다.

19. $x \geq -1$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \sqrt{x+1}$ 로 정의된 함수 f 의 역함수를 f^{-1} 이라고 할 때 모든 양수 t 에 대하여 $\frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2}$ 를 옳게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{t+1}$
④ $\frac{t-1}{t+1}$

② $\frac{t}{t+1}$
⑤ $\frac{2t}{t-1}$

③ $\frac{2t-2}{t+1}$

해설

$f(x) = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)에서

역함수 $f^{-1}(x)$ 를 구하여 $f^{-1}(t)$ 로 나타내면

$$y = \sqrt{x+1} \rightarrow y^2 = x+1 \rightarrow x = y^2 - 1$$

$$\therefore f^{-1}(x) = x^2 - 1 \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore f^{-1}(t) = t^2 - 1$$

$$\therefore \frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2} = \frac{t^2 - 1}{(t+1)^2} = \frac{t-1}{t+1}$$

20. $y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$

② $\frac{\pi}{2}$

③ π

④ 2π

⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 에서

$1 - (x+1)^2 \geq 0, x^2 + 2x \leq 0$

$\therefore -2 \leq x \leq 0$

따라서 주어진 함수의 정의역은

$\{x | -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y | y \geq 0\}$

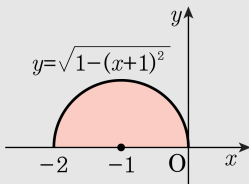
$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 양변을

제곱하여 정리하면 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 이므로

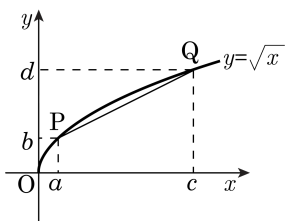
함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$$



21. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기를 구하면? (단, $0 < a < c$)



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 는
 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$b = \sqrt{a}, d = \sqrt{c}$$

$$\therefore a = b^2, c = d^2$$

따라서 직선 PQ 의 기울기는

$$\frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{d-b}{(d-b)(d+b)} = \frac{1}{d+b} \text{ 이고}$$

$$\frac{b+d}{2} = 1 \text{ 에서 } b+d = 2 \text{ 이므로}$$

$$(\therefore \text{ 직선 PQ 의 기울기}) = \frac{1}{2}$$

22. 실수 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 $[x]$ 라고 하고 $\{x\} = x - [x]$ 로 정의하자 $x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$ 일 때, $[\{\{x\}^{-1}\}^{-1}]$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{28 - 2\sqrt{25 \times 3}} = 5 - \sqrt{3}$$

$$[5 - \sqrt{3}] = [3.2\cdots\cdots] = 3$$

$$\{x\} = (5 - \sqrt{3}) - 3 = 2 - \sqrt{3},$$

$$\{x\}^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\{2 + \sqrt{3}\} = 2 + \sqrt{3} - [2 + \sqrt{3}] = \sqrt{3} - 1$$

$$\{2 + \sqrt{3}\}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 1.3\cdots\cdots$$

$$\text{따라서, } \{\{x\}^{-1}\}^{-1} = 1$$

23. $x = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 7

해설

$$x = \sqrt{2} + 1, (x - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(\text{준식}) = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 2) + 3$$

$$= 0 \times (x^2 + 2) + 3 = 3$$

24. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

25. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$, $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

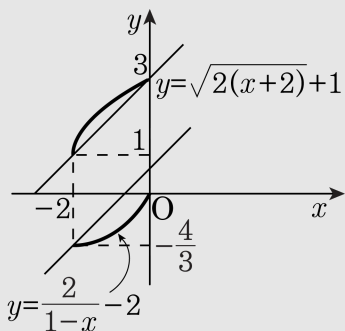
④ 3

⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
 아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

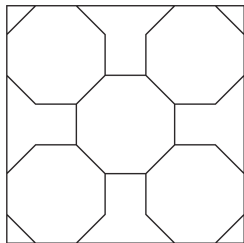
위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$$

26. 한 변의 길이가 2인 정사각형의 내부에 그림과 같이 합동인 5개의 정팔각형이 위치할 때, 한 개의 정팔각형의 넓이는?



- ① $2(5\sqrt{2} - 7)$ ② $4(5\sqrt{2} - 7)$
 ③ $6(5\sqrt{2} - 7)$ ④ $8(5\sqrt{2} - 7)$
 ⑤ $10(5\sqrt{2} - 7)$

해설

정팔각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$\text{그림에서 } \overline{BC} = \overline{DE} = \overline{FG} = a$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \overline{AH} = 3a + 4 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})a$$

그런데 문제의 조건에서 $\overline{AH} = 2$ 이므로

$$(3 + 2\sqrt{2})a = 2$$

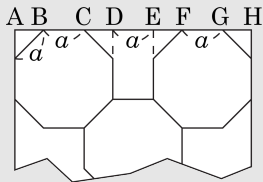
$$\therefore a = \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 2(3 - 2\sqrt{2})$$

따라서 한 개의 정팔각형의 넓이는 한 변의 길이가 $\overline{AD}$ 인 정사각형의 넓이에서

네 귀퉁이의 직각이등변삼각형의 넓이를 뺀 값과 같으므로

$$\left(a + 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = (2 + 2\sqrt{2})a^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (2 + 2\sqrt{2})a^2 &= (2 + 2\sqrt{2}) \{2(3 - 2\sqrt{2})\}^2 \\ &= 8(5\sqrt{2} - 7) \end{aligned}$$



27. $(\sqrt{4 + \sqrt{15}})^x + (\sqrt{4 - \sqrt{15}})^x = 8$ 을 만족하는 x 의 값을 a, b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 12

해설

$$\sqrt{4 + \sqrt{15}} = \frac{1}{\sqrt{4 - \sqrt{15}}} \text{이므로 } \sqrt{4 + \sqrt{15}} = k \text{라 하면}$$

$$k^x + \left(\frac{1}{k}\right)^x = 8 \quad \therefore (k^x)^2 - 8k^x + 1 = 0$$

$$\therefore k^x = 4 \pm \sqrt{15}$$

i) $k^x = 4 + \sqrt{15}$ 일 때, $x = 2$

ii) $k^x = 4 - \sqrt{15}$ 일 때, $x = -2$

$$\therefore ab = -4$$

28. $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 과 그 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(x)$ 와 $f(x)$, $g(x)$ 의 교점 사이의 거리를 각각 옳게 구한 것은?

① $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{3}$

② $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{2}$

③ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{2}$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{3}$

⑤ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{5}$

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 에 대하여

i) $y = \sqrt{x-1} + 1$ 로 놓고 역함수를 구하면

$$y - 1 = \sqrt{x-1} \dots\dots \textcircled{1}$$

①을 제곱하면

$$(y-1)^2 = x-1, y^2 - 2y + 1 = x-1, x = y^2 - 2y + 2$$

$$\therefore g(x) = x^2 - 2x + 2$$

ii) $f(x)$ 와 역함수 $g(x)$ 의 교점은

$f(x)$ 와 $y = x$ 또는 $g(x)$ 와 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$$g(x) = x \text{에서 } x^2 - 2x + 2 = x$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-2)(x-1) = 0$$

그러므로 $x = 2$ or $x = 1$ 에서 $y = 2$ or $y = 1$

따라서 두 점 $(1, 1), (2, 2)$ 사이의 거리는

$$\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$