

1. 분수식 $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

- ① $\frac{x}{x+2}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x}{x-1}$ ⑤ $\frac{2x}{x-1}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{\frac{x^2-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2}\end{aligned}$$

2. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

- ① $y = \frac{1}{1-x}$ ② $y = \frac{1}{1+x}$ ③ $y = \frac{x}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$ ⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

3. 작년엔 3만원 하던 야구 배트와 2만원 하던 글러브가 올해는 각각 10%, 15%가 인상되었다. 야구 배트와 글러브를 한 세트로 볼 때, 한 세트의 인상률은?
- ① 11.5% ② 12% ③ 12.5%
- ④ 13% ⑤ 13.5%

해설

작년의 한 세트의 가격 : $30000 + 20000 = 50000$ (원)
금년의 야구 배트의 가격 : $30000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 33000$ (원)
금년의 글러브의 가격 : $20000 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 23000$ (원)
금년의 한 세트의 가격 : $33000 + 23000 = 56000$ (원)
따라서 한 세트의 가격은 $56000 - 50000 = 6000$ (원) 인상되었으므로,
인상률은 $\frac{6000}{50000} \times 100 = 12(\%)$ 이다.

4. 함수 $f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1} \text{ 에서 } f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{-\frac{10}{2} + 3}{\frac{5}{2} - 1} = -\frac{4}{3}$$

$$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\frac{8}{3} + 3}{\frac{4}{3} - 1} = 1$$

$$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore f_4 = f_1, f_5 = f_2, f_6 = f_3, \dots$$

$$\therefore f_{3n+1} = f_1, f_{3n+2} = f_2, f_{3n} = f_3$$

$$100 = 3 \times 33 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f_{100}(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

5. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 일 때, $\frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

② $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

④ $\frac{2+3\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{\{(x-\sqrt{x-1})+(x+\sqrt{x-1})\}x}{(x+\sqrt{x-1})(x-\sqrt{x-1})} \\ &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \end{aligned}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ 에서 } 2x-1 = \sqrt{5}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 4x^2-4x+1=5$$

$$\therefore x^2 = x+1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \\ &= \frac{2(x+1)}{(x+1)-x+1} = x+1 \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+3}{2} \end{aligned}$$