

1. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

2. x 에 대한 방정식 $ax^2 + 2x - a - 2 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a 는 실수)

- ① 오직 한 실근을 갖는다.
- ② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 실근을 갖는다.
- ⑤ 허근을 갖는다.

해설

(i) $a = 0$ 일 때 : $x = \frac{a+2}{2}$

(ii) $a \neq 0$ 일 때 : 판별식을 구한다.

$$D' = 1 + a(a+2) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$$

$\therefore$ 주어진 방정식은 실근을 갖는다

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x - a + b = 0$ 이 중근을 가질 때 $x^2 - 2(a - 1)x + a^2 + 3b = 5a - 4$ 의 근을 판별하면?

① 중근

② 한 실근과 한 허근

③ 서로 다른 두 실근

④ 서로 같은 두 실근

⑤ 서로 다른 두 허근

해설

이차방정식 $x^2 - 4x - a + b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D' = 4 + a - b = 0$$

$$\therefore b = a + 4$$

$$x^2 - 2(a - 1)x + a^2 + 3b = 5a - 4$$

$$x^2 - 2(a - 1)x + a^2 - 2a + 16 = 0$$

$$D' = (a - 1)^2 - (a^2 - 2a + 16) = -15 < 0$$

$\therefore$ 주어진 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

4. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2ax - 3a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 a 의 값과 그 때의 중근을 구한 것은?

① $a = -3, x = -3$

② $a = -3, x = 0$

③ $a = 0, x = -3$

④ $a = 3, x = 0$

⑤ $a = 3, x = 3$

해설

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (-3a) = 0$$

$$a^2 + 3a = 0, a(a + 3) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } 0$$

$$(i) a = -3 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3 (\text{중근})$$

$$(ii) a = 0 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 = 0$$

$$\therefore x = 0$$