

1. 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{2}{7}$	㉡ $\frac{15}{24}$	㉢ $\frac{7}{60}$
㉤ $\frac{35}{280}$	㉥ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7}$	

- ① ㉠, ㉤
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

기약분수로 나타낼 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수이다.

- ㉠ $\frac{2}{7}$ (무한소수)
- ㉡ $\frac{15}{24} = \frac{15}{3 \times 2^3} = \frac{5}{2^3}$ (유한소수)
- ㉢ $\frac{7}{60} = \frac{7}{2 \times 3 \times 5}$ (무한소수)
- ㉤ $\frac{35}{280} = \frac{35}{2^3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^3}$ (유한소수)
- ㉥ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{2}$ (유한소수)

2. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

- ① 2 ② 11 ③ 15 ④ 18 ⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

3. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①

$0.123123\cdots=0.\dot{1}2\dot{3}$
- ②

$23.2626\cdots=2\dot{3}.2\dot{6}$
- ③

$3.14151415\cdots=3.\dot{1}415\dot{1}$
- ④

$0.2343434\cdots=0.2\dot{3}\dot{4}$
- ⑤

$3.3571571\cdots=3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

해설

- ② $23.2626\cdots=23.\dot{2}\dot{6}$
- ③ $3.14151415\cdots=3.\dot{1}41\dot{5}$
- ⑤ $3.3571571\cdots=3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$
- 따라서 옳은 것은 ①, ④ 이다.

4. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{5}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{5}{9}$$

$$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{25}{45}$$

$$18 < 5x < 25$$

$$\frac{18}{5} < x < 5$$

$$\therefore x = 4$$

5. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ 0.4
㉤ 0.049	㉥ $\frac{3}{5}$	㉦ 0.01

① ㉡, ㉢

② ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}, \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}, (0.1)^2 = 0.01$$

$$0.049 = \frac{49}{1000} \text{ 이므로 제곱근은 } \pm \frac{7}{10\sqrt{10}} \text{ 이 되어 무리수이다.}$$

따라서 ㉡, ㉢, ㉥이다.

6. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

7. $\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2}-\sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} &= \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5}-3\sqrt{2} + (3\sqrt{2}-2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

8. 다음 수 중에서 무리수는 모두 몇 개인가?

$$-\sqrt{(-6)^2}, \sqrt{0.\overline{2}}, \sqrt{1.69}, \sqrt{3}+2$$
$$\frac{\pi}{2}, 1-\sqrt{9}, 0.\overline{23}, \left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2$$

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

무리수: $\sqrt{0.\overline{2}}, \sqrt{3}+2, \frac{\pi}{2}$

$$\sqrt{1.69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \sqrt{\left(\frac{13}{10}\right)^2} = \frac{13}{10}$$

9. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 9$	㉡ $x^2 = 121$	㉢ $x^2 = \frac{16}{25}$
㉣ $x^2 = \frac{8}{49}$	㉤ $x^2 = 7$	

- ① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉢,㉣ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉠ $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$
㉡ $x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$
㉢ $x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$
㉣ $x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$
㉤ $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

10. 다음 중 유리수는?

① $\sqrt{3} - 3$

② $-\sqrt{3.61}$

③ $\frac{\pi}{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

$$-\sqrt{3.61} = -\sqrt{\frac{361}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2} = -\frac{19}{10}$$

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

12. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

13. 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ③ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$: 유리수
- ③ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$: 유리수
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{2} = 0$: 유리수

14. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

15. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

16. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수 x , 100 초과와 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수 y 일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,
 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는
 $2^5 \times 3 = 96$ 이고,
100 초과와 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$ 이 된다.
따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$ 이다.

17. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

18. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15
- ② 16
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

20. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

21. $\frac{9 \times 6^n}{4}$ 의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\begin{aligned}\frac{9 \times 6^n}{4} &= \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2} \\ &= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n \\ &= 2^{n-2} \times 3^{n+2}\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n-2+1)(n+2+1) = (n-1)(n+3) = 77 \text{ 이므로}$$

$$n-1=7, n+3=11$$

$$\therefore n=8$$

22. $\frac{x}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이다.
 x 가 $10 < x < 60$ 인 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
- ▷ 정답 : 2
▷ 정답 : 7
▷ 정답 : 19
▷ 정답 : 26

해설

$\frac{x}{120} = \frac{x}{2^3 \times 3 \times 5}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 이 약분되어야 하므로 x 는 3 의 배수이다.

한편 $\frac{x}{120}$ 를 약분하여 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이므로 x 는 120 의 약수이다.

따라서 x 는 $10 < x < 60$ 인 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 의 약수이면서 3 의 배수이므로 $x = 12, 15, 24, 30$

$x = 12$ 일 때, $y = 10$
 $x = 15$ 일 때, $y = 8$
 $x = 24$ 일 때, $y = 5$
 $x = 30$ 일 때, $y = 4$
 $x - y = 2, 7, 19, 26$

23. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.384615$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

24. 다음을 계산하여라.

$$0.\dot{1} + \frac{0.\dot{2}}{2} + \frac{0.\dot{3}}{3} + \frac{0.\dot{4}}{4} + \cdots + \frac{0.\dot{9}}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{9} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \times \frac{1}{4} + \cdots + \frac{9}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{9} \\ & = \frac{1}{9} \times 9 = 1 \end{aligned}$$

25. $0.\dot{2}\dot{1} = a$ 라 할 때, $(99.\dot{9} - 1) \times a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33} \quad \therefore a = \frac{7}{33}$$

$$(99.\dot{9} - 1) \times a = (100 - 1) \times \frac{7}{33} = 99 \times \frac{7}{33} = 21$$