

1. 유리식  $\frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$  를 간단히 하면  $\frac{ax^2+bx+c}{x^4+x^2+1}$  일 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $abc$ 의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2-1+(x-2)(x^2+x+1)}{x^4+x^2+1} \\ & \quad - \frac{(x+2)(x^2-x+1)}{x^4+x^2+1} \\ &= \frac{-x^2-5}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

따라서,  $a = -1, b = 0, c = -5$  이므로  $abc = 0$

2. 유리식  $\frac{x^2+5x}{x^2-x-2} \div \frac{x^2+3x-10}{x^2-4x+4}$  을 간단히 하면?

- ①  $\frac{x+1}{x}$     ②  $\frac{x}{x-1}$     ③  $\frac{x}{x+1}$     ④  $\frac{x-1}{x}$     ⑤  $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

3.  $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$  의 값은?

- ① 6      ② 5      ③ 4      ④ 3      ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

4. 분수식  $\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$  을 간단히 하면?

①  $-\frac{1}{x+1}$

②  $\frac{x+1}{x}$

③  $\frac{x}{x-1}$

④  $\frac{x-1}{x}$

⑤  $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

5.  $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③  $\sqrt{2} - 1$

④  $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

6. 다음 식을 간단히 하면?

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

- ① 1      ②  $x$       ③  $\frac{1}{x}$       ④  $\frac{1}{1-x}$       ⑤  $-x$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1 + x - 1 = x \end{aligned}$$

7.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때,  $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} &= \frac{y}{2} \neq 0 \\ \therefore x &= \frac{3}{2}y \\ \therefore \frac{x+y}{x-y} &= \frac{\frac{3}{2}y+y}{\frac{3}{2}y-y} = 5 \end{aligned}$$

8.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때,  $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

㉠  $\frac{1}{5}$

㉡  $\frac{3}{2}$

㉢ 1

㉣  $\frac{1}{2}$

㉤  $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k(k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

9. 함수  $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이  $x = a, y = b$ 일 때,  $a - b$ 의 값은?

- ① -7      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 7

해설

점근선이  $x = -3, y = -4$ 이므로  $a - b = 1$

10. 분수함수  $y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선이  $x=1, y=6$  일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① -5      ② 5      ③ -7      ④ 7      ⑤  $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선은  $x=1, y=6$  이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 5$$

11. 분수함수  $y = \frac{3x-1}{x+1}$  의 점근선을  $x = a, y = b$  라고 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은  $x = -1, y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

12. 함수  $y = \frac{2+x}{1-2x}$  의 그래프의 점근선의 방정식이  $x = a, y = b$  일 때,  $a$  의 값을 구하면?

- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0      ④ 1      ⑤  $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

13.  $y = \frac{ax+1}{x+b}$  의 점근선이  $x=1, y=2$  일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$  의 점근선이  $x=1, y=2$  이므로

점근선  $x=1$  에서  $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선  $y=2$  에서  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서  $a=2, b=-1$  이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

14.  $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서,  $a+b=1$ ,  $a=-1$

$\therefore a=-1$ ,  $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

15.  $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  을 만족시키는 상수  $a$ 와  $b$ 가 있다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -6    ② -3    ③ -1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서  $a-b=1$ ,  $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$ ,  $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

16. 다음 식을 간단히 하면  $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$  임을 이용하여 부분분수로 변형하여  
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로  $a + b = 15$

17.  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{2}{x(x+2)}$

②  $\frac{3}{x(x+2)}$

③  $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④  $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤  $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

18.  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

19. 양수  $a, b, c, d$  는  $a : b = c : d$  가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

- ①  $ac = bd$       ②  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$       ③  $a + b = c + d$   
④  $a - c = b - d$       ⑤  $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$$a : b = c : d \text{ 이면 } ad = bc$$

20. 다음 보기 중 곡선  $y = \frac{1}{x}$  을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $y = \frac{x}{x+1}$       ㉡  $y = \frac{2-x}{x-1}$       ㉢  $y = \frac{2x-3}{x-2}$

- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢      ④ ㉠, ㉢      ⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$  의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은  $y = \frac{1}{x-p} + q$  의 꼴이다.

$$\textcircled{1} y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\textcircled{2} y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{3} y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선  $y = \frac{1}{x}$  을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

21. 유리함수  $y = \frac{ax-b}{x-2}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동하면  $y = \frac{3x-1}{x+c}$  의 그래프와 일치한다. 이때,  $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y = \frac{ax-b}{x-2} &\Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{x+1} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c=1, a=1, b=6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

22. 함수  $y = \frac{1-2x}{x-2}$  의 그래프는  $y = \frac{k}{x}$  의 그래프를  $x$  축 방향으로  $a$ 만큼,  $y$  축 방향으로  $b$ 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서  $k+a+b$ 의 값은?

- ㉠ -3      ㉡ -1      ㉢ 0      ㉣ 1      ㉤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는  $y = \frac{-3}{x}$  의

그래프를  $x$  축의 방향으로 2만큼,

$y$  축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

23. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수  $y = \frac{2x^2}{x+1}$  의 그래프와 일치하는 것은?

①  $y = \frac{1}{x}$

②  $y = \frac{2}{x}$

③  $y = x + \frac{1}{x}$

④  $y = x + \frac{2}{x}$

⑤  $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$  이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은  $y = 2x + \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축

방향으로  $-1$ ,  $y$  축 방향으로  $-4$  만큼 이동한 것이다.

24. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여  $y = \frac{1}{x}$  의 그래프와 겹치는 것은?

- ①  $y = \frac{2x-1}{x-1}$       ②  $y = \frac{2x}{x-1}$       ③  $y = \frac{2x+1}{x-1}$   
 ④  $y = \frac{2x}{2x-1}$       ⑤  $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

$$\textcircled{1} y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$$

$$\textcircled{3} y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$$

$$\textcircled{4} y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$$

$$\textcircled{5} y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$$

따라서, ①의 그래프는  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축,  $y$ 축 방향으로 각각 1, 2만큼 평행이동시킨 것이다.

25. 함수  $y = \frac{x+a}{bx+c}$  의 그래프를  $x$ 축 방향으로 3,  $y$ 축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니  $y = \frac{1}{x}$  의 그래프와 일치하였다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 6      ③ 1      ④ -6      ⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$  의 그래프를  $x$ 축 방향으로 3,  
 $y$ 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로  
 $y = \frac{1}{x}$  을  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 -1만큼 이동시킨것과 같다.  
 $y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$   
따라서  $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로  
 $\therefore abc = 6$

26. 함수  $y = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(3, -2)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  의 합  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프가 점  $(3, -2)$  를 지나므로  $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수  $y = f^{-1}(x)$  가 점  $(3, -2)$  을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a+b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a=2, b=-8$$

$$\therefore a+b = -6$$

27.  $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$  일 때, 자연수  $k, m$  의 값에 대하여  $k + m$  의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서  $k = 6, m = 12$

$\therefore k + m = 18$

28.  $2x - y + z = 0$ ,  $x - 2y + 3z = 0$ 일 때,  $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면  $\frac{n}{m}$ 이다. 이때,  $m + n$ 의 값을 구하여라.(단,  $m, n$ 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서  $x = k$  라 하면  $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

29. 유리식  $\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$  일 때,  $k$ 의 값을 구하면? (단,  $abc \neq 0$ )

- ① 2 또는 -1      ② 0 또는 -1      ③ -1 또는 -1  
④ 2 또는 3      ⑤ -2 또는 -1

해설

$$\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$$

$$\frac{b+3c}{2a} = k, \frac{3c+2a}{b} = k, \frac{2a+b}{3c} = k$$

각각 정리하면

$$b+3c = 2ak \cdots ①$$

$$3c+2a = bk \cdots ②$$

$$2a+b = 3ck \cdots ③$$

$$① + ② + ③ : 2(b+3c+2a) = k(2a+b+3c)$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ 또는 } 2a+b+3c = 0$$

$2a+b+3c = 0$ 인 경우,

$$① \text{에 대입해 보면 } -2a = 2ak, k = -1$$

$$\therefore k = 2, -1$$

30. 유리식  $\frac{3c}{a+2b} = \frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{3c+a}$  의 값은?

①  $\frac{1}{2}$

② 2

③ -1

④  $-1, \frac{1}{2}$

⑤ -1, 2

해설

$$\frac{3c}{a+2b} = \frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{3c+a} = k$$

$$\begin{cases} (a+2b)k = 3c \cdots ① \\ (2b+3c)k = a \cdots ② \\ (3c+a)k = 2b \cdots ③ \end{cases}$$

① + ② + ③ :  $2(a+2b+3c)k = (a+2b+3c)$

i)  $(a+2b+3c) \neq 0, 2k = 1$

$\therefore k = \frac{1}{2}$

ii)  $(a+2b+3c) = 0$

$a+2b = -3c \rightarrow$  ① 식에 대입

$-3c \cdot k = 3c$

$\therefore k = -1$

$\therefore k = -1, \frac{1}{2}$

31.  $\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4}$  일 때  $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{3}{11}$     ②  $\frac{5}{11}$     ③  $\frac{6}{11}$     ④  $\frac{8}{11}$     ⑤  $\frac{9}{11}$

해설

$$\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4} = k \text{ 라 하면}$$

$$2x+y = 2k \cdots ①$$

$$2y+z = 3k \cdots ②$$

$$2z+x = 4k \cdots ③$$

②, ③에서  $z$ 를 소거하면

$$x-4y = -2k \cdots ④$$

$$① \times 4 + ④ \text{에서 } x = \frac{2}{3}k, y = \frac{2}{3}k$$

$$\text{이것을 ②에 대입하면 } z = \frac{5}{3}k$$

$$\text{따라서 } x:y:z = \frac{2}{3}k : \frac{2}{3}k : \frac{5}{3}k = 2:2:5$$

$$x = 2t, y = 2t, z = 5t \text{ 라 하면}$$

$$\text{(준식)} = \frac{4t^2 + 10t^2 + 10t^2}{(2t)^2 + (2t)^2 + (5t)^2} = \frac{24t^2}{33t^2} = \frac{8}{11}$$



33. K고등학교 1학년 남학생과 여학생 수가 같다고 한다. 1학년 학생 중에서 휴대폰을 갖고 있는 학생과 휴대폰을 갖고 있지 않은 학생의 비율이 1학년 전체로는 9 : 1이고, 남학생 중에서는 6 : 1이라고 한다면 여학생 중에서의 비율은?

① 13 : 1    ② 17 : 2    ③ 22 : 3    ④ 31 : 1    ⑤ 33 : 2

해설

전체학생수를  $10a$ 라 하면  
(휴대폰 있는 학생수) =  $9a$ , (휴대폰 없는 학생수) =  $a$   
남학생수 :  $5a$ , 여학생수  $5a$   
남학생 중 휴대폰 있는 학생수 :  $5a \times \frac{6}{7}$   
여학생 중 휴대폰 있는 학생수 :  $9a - \frac{30a}{7} = \frac{33}{7}a$   
여학생 중 휴대폰 없는 학생 수 :  $5a - \frac{33}{7}a = \frac{2}{7}a$   
 $\therefore \frac{33}{7}a : \frac{2}{7}a = 33 : 2$

34. 두 함수  $f(x) = 2x-1, g(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ 에 대하여  $(f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$(f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(7)$$

$$f^{-1}(7) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 7$$

$$\text{따라서 } 2k-1 = 7$$

$$\therefore k = 4$$

35. 분수함수  $y = \frac{2x-3}{x+2}$  의 역함수를 구하면?

- ①  $y = \frac{2x+3}{x-2}$       ②  $y = \frac{2x-3}{x-2}$       ③  $y = \frac{-2x+3}{x-2}$   
④  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$       ⑤  $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$  에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

$x$ 와  $y$ 를 바꾸면,  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

36. 함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$  의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$  일 때, 상수  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=4$$

$$\therefore 2+3+4=9$$

37.  $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 의 그래프는 점 (1,1)을 지나고  $f^{-1}(x) = f(x)$ 가 성립할 때  $a+b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 에서  $y = \frac{ax+b}{x+2}$ 로 놓고 역함수를 구해보면

$$y(x+2) = ax+b, yx+2y = ax+b$$

$$x(y-a) = b-2y, x = \frac{b-2y}{y-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{b-2x}{x-a}$$

$f^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$$\frac{b-2x}{x-a} = \frac{ax+b}{x+2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서  $f(x) = \frac{-2x+b}{x+2}$ 가 점 (1,1)을 지나므로

$$1 = \frac{-2+b}{1+2}, 1 = \frac{-2+b}{3}$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a+b = -2+5 = 3$$

38. 역함수가 존재하는 분수함수  $f$  에 대하여  $f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$  이고  $f(1) = 2$  일 때,  $f(3)$  의 값을 구하면? (단,  $a$  는 상수)

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$$

$$\Leftrightarrow f(2x+a) = \frac{x+1}{2x-1}$$

$2x+a = t$  로 놓으면

$$x = \frac{t-a}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(t) &= \frac{\frac{t-a}{2} + 1}{2 \cdot \frac{t-a}{2} - 1} \\ &= \frac{t-a+2}{2t-2a-2} \dots i) \end{aligned}$$

이때,  $f(1) = 2$  이므로

$$a = -1$$

이 값을  $i)$  에 대입하면  $f(t) = \frac{t+3}{2t}$

$$\therefore f(3) = 1$$

39. 분수식  $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c}$  의 값을 구하면?

- ①  $-1, 2$     ②  $1, 2$     ③  $2, \frac{1}{2}$     ④  $1, \frac{1}{2}$     ⑤  $-1, \frac{1}{2}$

해설

$$\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = k$$

$$b+c = ak \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a+c = bk \cdots \textcircled{㉡}$$

$$a+b = ck \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠+㉡+㉢하면

$$2(a+b+c) = k(a+b+c)$$

i)  $a+b+c \neq 0$ 이면  $k=2$

ii)  $a+b+c=0$ 일 때  $b+c=-a$

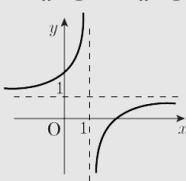
$$\frac{b+c}{a} = \frac{-a}{a} = -1$$

$\therefore k = -1, 2$

40. 분수함수  $y = \frac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

- ①  $\{y \mid -2 \leq y \leq 0\}$                       ②  $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$   
 ③  $\{y \mid -2 \leq y \leq 4\}$                       ④  $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$   
 ⑤  $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

**해설**

$$y = \frac{x-4}{x-1} = \frac{(x-1)-3}{x-1} = 1 + \frac{-3}{x-1}$$


$x = -2$ 일 때,  $y = \frac{-2-4}{-2-1} = 2$  이고,  
 $x = 0$ 일 때,  $y = \frac{-4}{-1} = 4$  이므로,  
 치역은  $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$