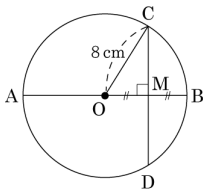


1. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{OM} = \overline{MB}$ 이고, 반지름이 8cm 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 10cm

② $10\sqrt{2}$ cm

③ $8\sqrt{3}$ cm

④ 12cm

⑤ $12\sqrt{3}$ cm

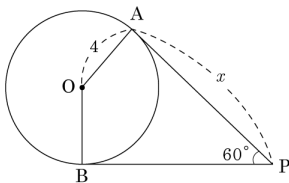
해설

$$\overline{OM} = \overline{MB} = 4\text{cm}$$

$$\triangle OCM \text{ 에서 } \overline{CM} = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

2. 다음 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

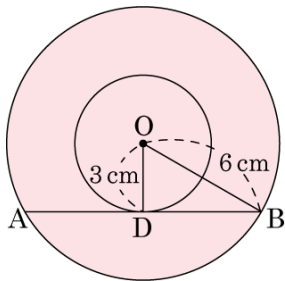
해설

$$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 4 = \sqrt{3} : 1$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}$ cm

② $4\sqrt{3}$ cm

③ $6\sqrt{5}$ cm

④ $3\sqrt{5}$ cm

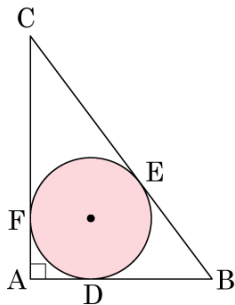
⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

4. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $\pi \text{ cm}^2$

② $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^2$

③ $6.5\pi \text{ cm}^2$

④ $12\pi \text{ cm}^2$

⑤ $16\pi \text{ cm}^2$

해설

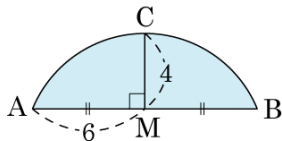
내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3 + 4 + 5) \times r$$

$$\therefore r = 1(\text{cm})$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi \text{ cm}^2$

5. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



① 5

② $\frac{11}{2}$

③ 6

④ $\frac{13}{2}$

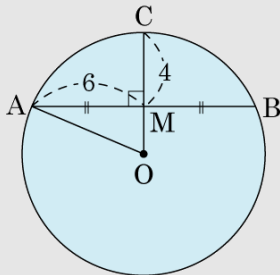
⑤ 7

해설

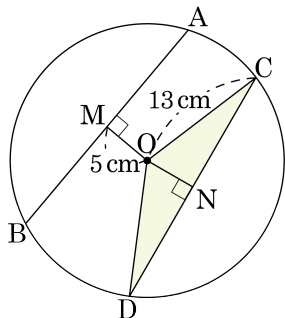
반지름을 x 라 하면

$$\overline{OM} = x - 4, x^2 = (x - 4)^2 + 6^2 \quad \therefore$$

$$x = \frac{13}{2}$$



6. 다음 그림의 원 O에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
 ④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

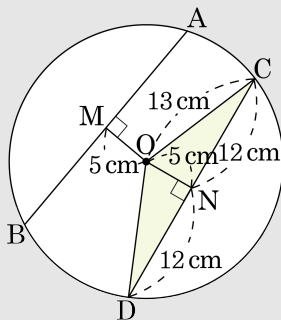
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

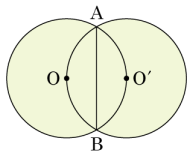
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O' 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{5}\text{cm}$

② $3\sqrt{5}\text{cm}$

③ $2\sqrt{5}\text{cm}$

④ $5\sqrt{2}\text{cm}$

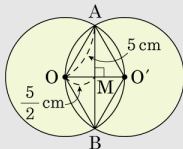
⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$

해설

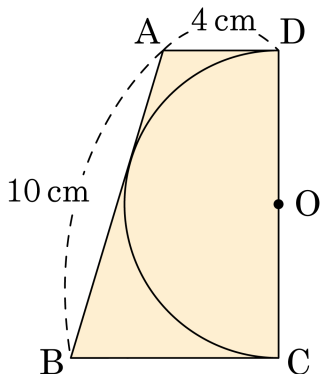
$$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm}, \overline{OO'} = 5$$

$$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$



8. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 4cm

② 6cm

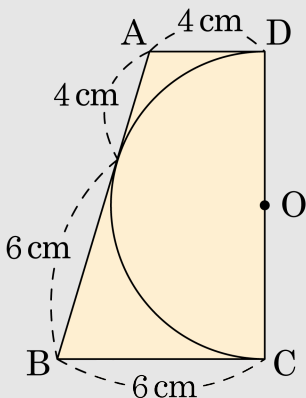
③ $4\sqrt{2}$ cm

④ $2\sqrt{2}$ cm

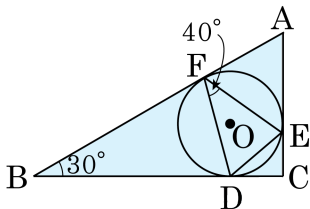
⑤ $\sqrt{11}$ cm

해설

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



9. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle FBD = 30^\circ$, $\angle DFE = 40^\circ$ 일 때, $\angle EDF$ 의 크기는?



① 50°

② 55°

③ 60°

④ 65°

⑤ 70°

해설

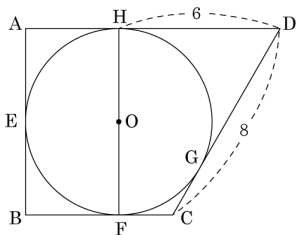
$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle BDF = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$$\angle BDF = \angle DEF = 75^\circ$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ$$

10. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



① 3

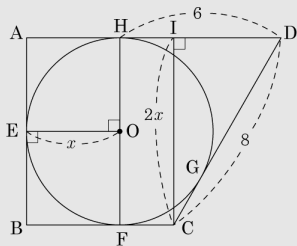
② $\sqrt{10}$

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

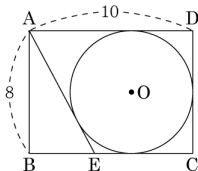


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$

11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 $\square AECD$ 에 내접할 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{38}{3}$

② $\frac{40}{3}$

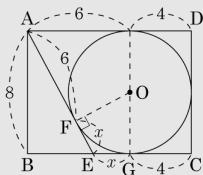
③ 14

④ $\frac{44}{3}$

⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 8, r = 4$$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

$\triangle ABE$ 에서

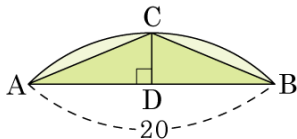
$$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64, 24x = 64$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

12. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② $20\sqrt{2}$

③ 20

④ 25

⑤ $24\sqrt{5}$

해설

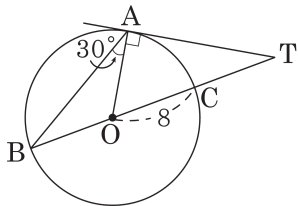
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

13. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 13

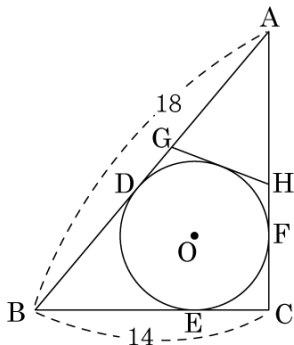
해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 8$$

$$1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$$

$$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$$

14. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다.
 $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 10

② 12

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$

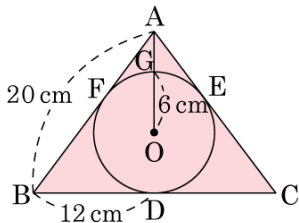
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

15. 다음 그림에서 원 O는 반지름의 길이가 6cm 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F는 접점)



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

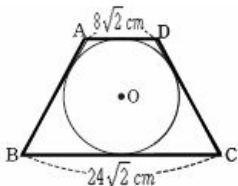
해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\text{cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{OF} = 6\text{cm}$

$\triangle AOF$ 에서 $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{cm}$

$\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\text{cm}$

16. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

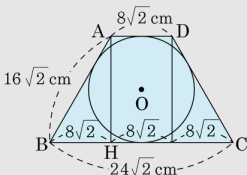
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

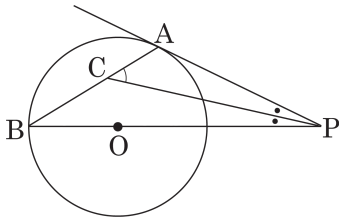
$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$\therefore$ 원의반지름은 $4\sqrt{6}(\text{cm})$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

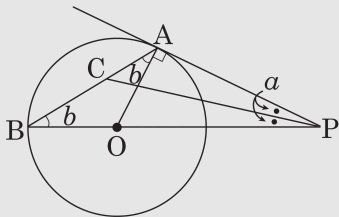
④ 50°

⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



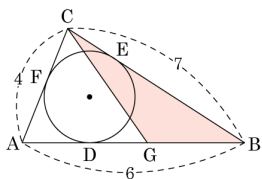
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

18. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$

$\overline{BC} = (6 - a) + (4 - a) = 7$ 이므로

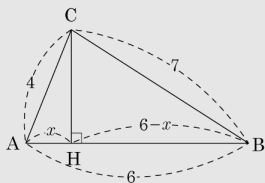
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \quad \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



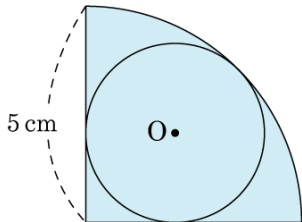
$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$$

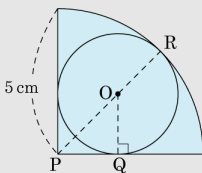
19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



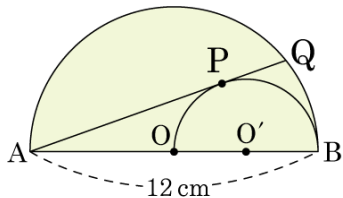
$$\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR}$$

$$\sqrt{2}x + x = 5$$

$$(\sqrt{2} + 1)x = 5$$

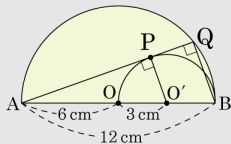
$$x = 5(\sqrt{2} - 1)$$

20. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2 \text{ 이므로}$$

$$9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$$

$\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$

$$\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$$

$$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$$

$$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$