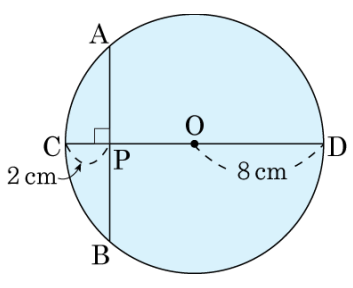
1. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 원의 접선이다. 이때, $\angle TPB$ 의 크기는?

① $66°$ ② $67°$ ③ $68°$ ④ $69°$ ⑤ $70°$

해설

$\angle TPB = \angle PAB = \angle BCD = 70°$

2. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원의 O 의 지름이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{CP} = 2\text{cm}$, $\overline{OD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?



① 5cm ② $2\sqrt{7}$cm ③ $4\sqrt{2}$cm

④ 6cm ⑤ $4\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로
$\overline{AP}$ 를 x 라 하면
$x^2 = 2 \times (6+8)$
$\therefore x = 2\sqrt{7}$

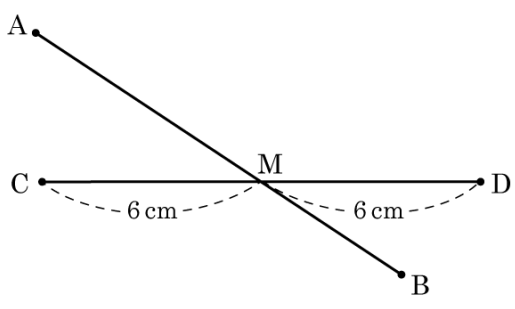
3. 다음 그림에서 x의 값을 구하면?

① 15　② 12　③ 9
④ 8　⑤ 5

해설

$4 \times x = 8 \times 6$
$\therefore\ x = 12$

4. 다음 그림과 같이 선분 CD 의 중점 M 에서 선분 AB 와 CD 가 만난다. 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, 선분 AM 의 길이는? (단, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AM} > \overline{BM}$)



① 4cm ② 5cm ③ 4cm 또는 9cm

④ 4cm 또는 5cm ⑤ 9cm

해설

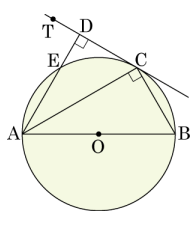
$\overline{AM} = x$ 라 할 때, $6 \times 6 = x \times (13 - x)$

$(x - 4)(x - 9) = 0$

$\therefore\ x = 9,\ x = 4$

$\overline{AM} > \overline{BM}$ 이므로 $\therefore\ x = 9$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 C 는 접점이다. 점 A 에서 접선 CT 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DCA = \angle CBA$

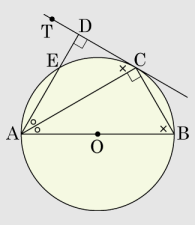
② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

④ $\angle CAD = \angle ACD$

⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



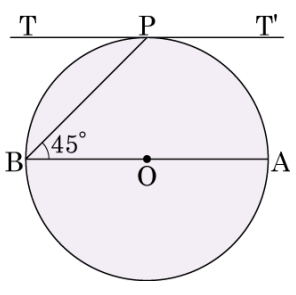
$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)

$\overline{CD}$ 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

6. 다음 그림에서 직선 TT′ 이 원 O 의 접선이고, 점 P 는 원의 접점일 때, ∠BPT 의 크기는?

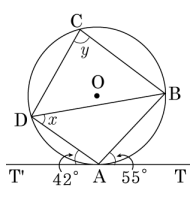


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

점 P 와 점 A 를 이으면
△ABP 는 각 APB 가 직각인 삼각형이다.
∴ ∠BAP = 45°
∴ ∠BPT = ∠BAP = 45°

7. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

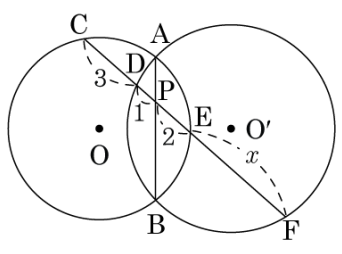


① 140° ② 148° ③ 152° ④ 160° ⑤ 164°

해설

$\angle BAT = \angle x = 55°$
$\angle DAT' = \angle DBA = 42°$
$\angle DAB = 180° - 55° - 42° = 83°$
$\therefore\ \angle y = 180° - 83° = 97°$
$\angle x + \angle y = 55° + 97° = 152°$

8. 다음 그림에서 $\overline{CD}=3$, $\overline{DP}=1$, $\overline{PE}=2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{AB}$ 가 두 원의 공통현이므로
원 O 에서 $\overline{AP}\cdot\overline{BP}=\overline{CP}\cdot\overline{PE}$
원 O′ 에서 $\overline{AP}\cdot\overline{BP}=\overline{DP}\cdot\overline{PF}$
$\therefore\ \overline{CP}\cdot\overline{PE}=\overline{DP}\cdot\overline{PF}$
$(3+1)\times 2=1\times(2+x)$
$\therefore\ x=6$

9. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 접선이다.)

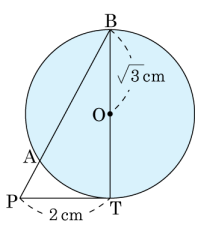
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x^2 = 4 \times (4+5) = 36$

$\therefore x = 6$

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$cm 인 원 O 의 접선이고 $\overline{PT} = 2$cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

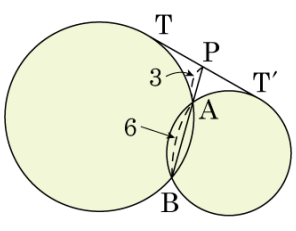
$\overline{OT} = \sqrt{3}$, $\angle PTB = 90°$

$\overline{BP} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

$\overline{AB} = x$ 라 하면, $2^2 = (4 - x) \times 4$

$\therefore x = 3$

11. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 이 각각 두 원의 접선이고 $\overline{PA} = 3$, $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 길이는?

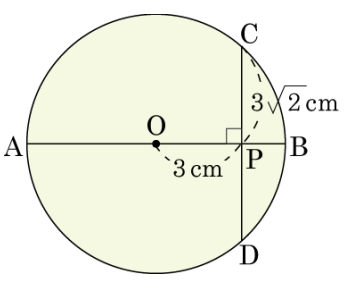


① $3\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{3}$
④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 3 \times 9 = 27$
$\therefore \overline{PT} = 3\sqrt{3}$
또한, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2$ 이므로
$\overline{PT} = \overline{PT'} = 3\sqrt{3}$
따라서, $\overline{PT} + \overline{PT'} = 6\sqrt{3}$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{OP} = 3\text{cm}$, $\overline{CP} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



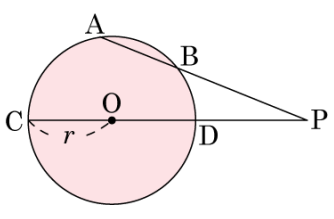
① $27\pi\text{cm}^2$ ② $36\pi\text{cm}^2$ ③ $45\pi\text{cm}^2$

④ $54\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

반지름의 길이를 x라 하면
$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
$(x+3) \times (x-3) = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$
$x^2 - 9 = 18$
$\therefore x = 3\sqrt{3}$
따라서 원 O 의 넓이는
$3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \pi = 27\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 원 O 의 반지름의 길이는 r 이다. 다음 중 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}$ 와 같은 값을 갖는 것은?



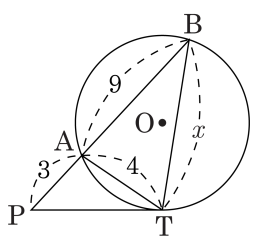
① $r+\overline{OP}$ ② $r-\overline{OP}$ ③ $r^2-\overline{OP}^2$

④ $\overline{OP}^2$ ⑤ $\overline{OP}^2-r^2$

해설

두 할선의 비례 관계에 의하여
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 이다.
그런데 $\overline{PC}=\overline{OP}+\overline{CO}=\overline{OP}+r$,
$\overline{PD}=\overline{OP}-\overline{OD}=\overline{OP}-r$ 이므로
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{OP}+r)(\overline{OP}-r)=\overline{OP}^2-r^2$ 이다.

14. 다음 그림에서 직선 PT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA}=3$, $\overline{AB}=9$, $\overline{AT}=4$ 일 때, $\overline{BT}$ 의 길이는?



① 5 ② 8 ③ 12

④ 15 ⑤ 17

해설

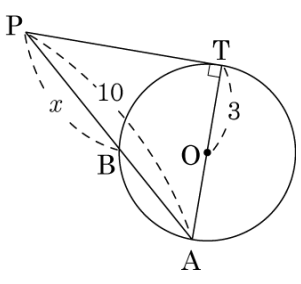
$\overline{PT}^2 = 3 \times 12 = 36$

$\overline{PT} = 6$

$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ 에서

$3 : 6 = 4 : x \quad \therefore x = 8$

15. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원 O 의 접선이고, T 는 접점이다. x 의 값을 구하면?



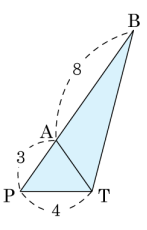
① 6.4 ② 6.5 ③ 6.6
④ 7 ⑤ 7.5

해설

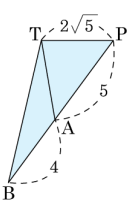
$\overline{\mathrm{AT}} = 6, \overline{\mathrm{AP}} = 10$ 이므로
$\overline{\mathrm{PT}} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$
$8^2 = x \times 10$, $64 = 10x$
$\therefore\ x = \dfrac{64}{10} = \dfrac{32}{5} = 6.4$

16. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

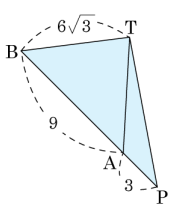
①



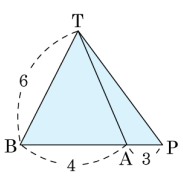
②



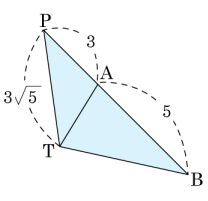
③



④



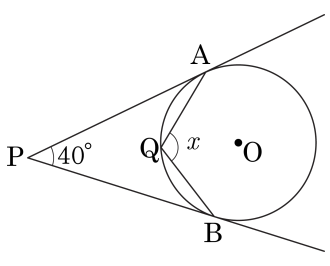
⑤



해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

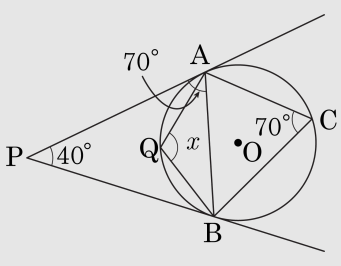
17. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B 에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자. $\angle APB = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $90°$ ② $95°$ ③ $105°$ ④ $110°$ ⑤ $120°$

해설

다음 그림과 같이 보조선을 이용하면



$\angle PAB = \angle PBA = 70°$($\because \overline{PA} = \overline{PB}$) 이고

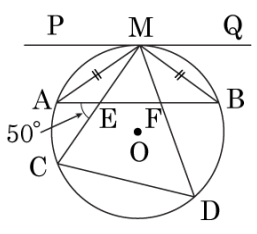
또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle PAB = \angle ACB = 70°$

따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70° = 180°$

$\therefore \angle x = 110°$ 이다.

18. 다음 그림의 원 O 에서 점 M 은 호 AB 의 중점이고 $\overline{PQ}$는 접선이다. $\angle AEC = 50°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?

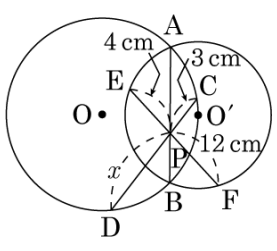


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

외각의 성질을 이용해서
$\angle MAE + \angle AME = 50°$
$\angle MAE = \angle MBE (\because \overline{AM} = \overline{BM})$
접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.
$\angle MBA = \angle AMP$
$\therefore \angle PMC = 50°$
$\angle PMC = \angle D$
$\therefore \angle D = 50°$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O′의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 4\,\text{cm}$, $\overline{PF} = 12\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.

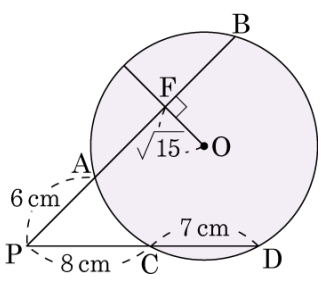


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

원 O에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
원 O′에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$
$\therefore\ \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$
$3 \times \overline{PD} = 4 \times 12 \qquad \therefore\ \overline{PD} = 16\ (\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 두 직선을 그어 원 O 와 만난 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 한다. $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{PC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{OF} = \sqrt{15}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하면?



① $6\pi\text{cm}$ ② $8\pi\text{cm}$ ③ $10\pi\text{cm}$

④ $16\pi\text{cm}$ ⑤ $32\pi\text{cm}$

해설

1) $8 \times 15 = 6(6 + \overline{AB})$
$\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AF} = \overline{FB} = 7\,\text{cm}$
2) 반지름의 길이를 r 이라 하면
$(\sqrt{15})^2 + 7^2 = r^2$
$15 + 49 = 64 \therefore r = 8\,\text{cm}$
$\therefore$ 원 O 의 둘레$= 16\pi(\text{cm})$