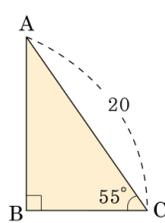


1. 다음 그림에서 직각삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\sin 55^\circ = 0.82$, $\cos 55^\circ = 0.57$, $\tan 55^\circ = 1.43$)



▶ 답:

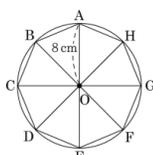
▶ 정답: 47.8

해설

$\overline{AC} = 20$ 이므로 $\overline{AB} = 20 \times \sin 55^\circ = 16.4$, $\overline{BC} = 20 \times \cos 55^\circ = 11.4$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $20 + 16.4 + 11.4 = 47.8$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원에 내접하는 정팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$

▷ 정답: $128\sqrt{2}\text{cm}^2$

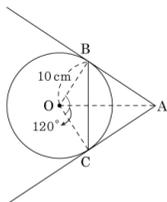
해설

$$360^\circ \div 8 = 45^\circ$$

$$(\triangle AOH \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 45^\circ \text{이므로}$$

$$(\text{정팔각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 128\sqrt{2} (\text{cm}^2)$$

3. 다음 그림에서 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 10\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

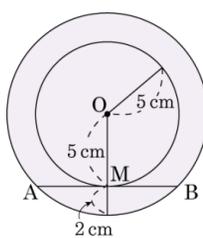


- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\overline{AO} = 20\text{cm}$
 ③ $\overline{AB} = 13\text{cm}$ ④ $\angle BAO = 30^\circ$
 ⑤ $\triangle OAB \cong \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로
 $1 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AB} \quad \therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}\text{cm}$

4. 다음 그림과 같이 두 원의 중심이 일치하고, 반지름의 길이는 각각 5cm, 7cm 이다. 현 AB가 작은 원의 접선일 때, 현 AB의 길이는?



- ① $\sqrt{6}$ cm ② $2\sqrt{6}$ cm ③ $4\sqrt{6}$ cm
 ④ 4cm ⑤ 6cm

해설

$$\overline{OA} = 7 \text{ cm}, \quad \overline{OM} = 5 \text{ cm}, \quad \overline{AM} = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F는 접점이다. 다음은 $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 8$ 일 때, CF의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

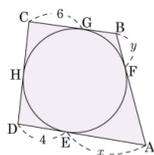
$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CE} = x$ 이고
 $\overline{AF} = \text{㉠}$, $\overline{BE} = \text{㉡}$
 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AB} = \text{㉠} + \text{㉡} = 7$
 $\therefore x = \text{㉢}$

- ① ㉠ $8 - x$ ② ㉡ $9 - x$ ③ ㉢ 5
 ④ ㉣ $\overline{BD} = 3$ ⑤ ㉤ $\overline{BE} = 4$

해설

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 3, \overline{BD} = 7 - \overline{AD} = 7 - \overline{AF} = 7 - 3 = 4$$

6. 다음 그림은 원에 외접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = x, \overline{DE} = 4, \overline{CG} = 6, \overline{BF} = y, \overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



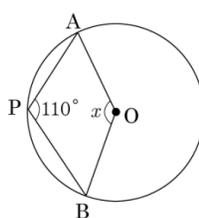
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{DE} = \overline{DH} = 4, \overline{CH} = \overline{CG} = 6, \overline{BG} = \overline{BF} = y, \overline{AE} = \overline{AF} = x$
 이고
 $\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30$
 $\Rightarrow (x + 4) + (y + 6) + 10 = 30$
 $\Rightarrow x + y = 10$
 $\therefore \overline{AB} = x + y = 10$

7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면? (단, O는 원의 중심)



- ① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

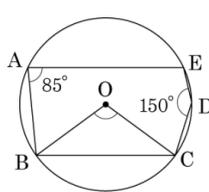
원주각 = $\frac{1}{2}$ × (중심각)

$$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 110^\circ = 220^\circ$$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

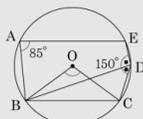
8. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle A = 85^\circ$, $\angle D = 150^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는?

- ① 90° ② 100° ③ 140°
 ④ 110° ⑤ 120°



해설

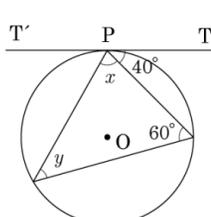
점 B 와 D 에 선분을 그으면



$\angle EDB = 95^\circ$ 이므로 $\angle BDC = 150^\circ - 95^\circ = 55^\circ$
 $\angle BOC$ 는 $\angle BDC$ 의 중심각이므로
 $\therefore \angle BOC = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

9. $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?

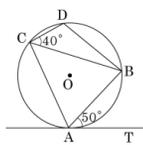
- ① 10° ② 20° ③ 30°
 ④ 40° ⑤ 50°



해설

$$\begin{aligned} \angle y &= 40^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - 60^\circ - y^\circ \\ &= 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ \\ &= 80^\circ \\ \therefore \angle x - \angle y &= 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

°

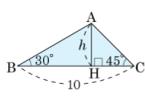
▷ 정답: 90°

해설

$$\angle BAT = \angle ACB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$$

11. 다음 $\triangle ABC$ 에서 높이 h 는?



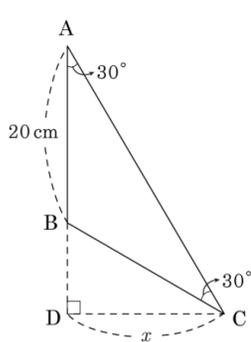
- ① $2(\sqrt{3}-1)$ ② $3(\sqrt{3}-1)$ ③ $4(\sqrt{3}-1)$
④ $5(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $6(\sqrt{3}-1)$

해설

$$\begin{aligned} h &= \frac{10}{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ} \\ &= \frac{10}{\sqrt{3} + 1} \\ &= 5(\sqrt{3} - 1) \end{aligned}$$

12. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{AB} = 20\text{cm}$ 라고 할 때, x 의 길이는?

- ① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $9\sqrt{3}\text{cm}$
 ③ $10\sqrt{3}\text{cm}$ ④ $11\sqrt{3}\text{cm}$
 ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}$

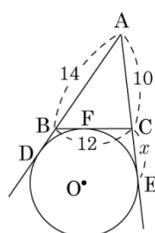


해설

$\overline{BC} = 20\text{cm}$ 이고 $\angle CBD = 60^\circ$ 이므로

$$x = 20 \times \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

13. 다음 그림에서 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 14$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, \overline{CE} 의 길이는?



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

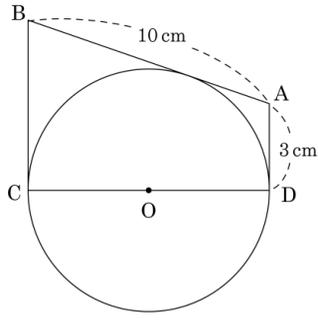
해설

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{BF}, \overline{CE} = \overline{CF} \text{ 이므로} \\ \overline{AD} + \overline{AE} &= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) \\ &= (\overline{AB} + \overline{BF}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= \overline{AB} + (\overline{BF} + \overline{CF}) + \overline{AC} \\ &= 14 + 12 + 10 = 36 \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } \overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로 } \overline{AD} = 36 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\therefore \overline{CE} = \overline{AF} - \overline{AC} = 18 - 10 = 8$$

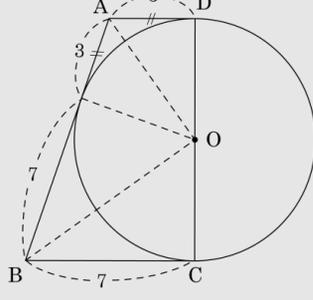
14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 이고 원 O 가 \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{BC} 에 각각 접할 때, 선분 BC 의 길이로 알맞은 것은?



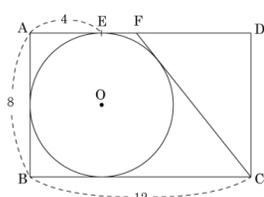
- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

그림과 같이 이르면 $\overline{BC} = 7\text{cm}$



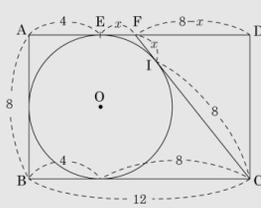
15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변에 접하는 원 O가 있다. DE가 원 O의 접선일 때, EF의 길이를 구하여라.



▶ 답:

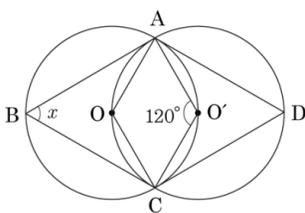
▷ 정답: 2

해설



$\overline{AE} = 4$ 이므로
 $\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CI} = 8 - x$
 $\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
 $32x = 64$
 $x = 2$
 따라서 $\overline{EF} = 2$

16. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O, O' 이 원의 중심을 지날 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 45° ③ 60° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\angle ADC$ 는 $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 원주각이므로

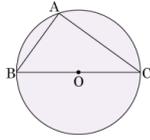
$$\angle ADC = 120^\circ \times \frac{1}{2} = 60^\circ$$

또한 두 원이 합동이기 때문에

$\angle x$ 도 $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 원주각으로

$\angle ADC = \angle x = 60^\circ$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B = 5 : 3$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 4$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는?

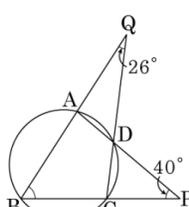


- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

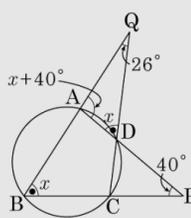
$\angle A : \angle B = 5 : 3$ 이므로 $\angle A = 5x$, $\angle B = 3x$
 반원에 대한 원주각은 90° 이므로 $\angle A = 5x = 90^\circ$
 $\angle B + \angle C = 3x + \angle C = 5x$ 이므로 $\angle C = 2x$
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 2 : 5 = 4 : 5.0\text{pt}\widehat{BC}$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10$

19. 다음 그림에서 $\angle P = 40^\circ$, $\angle Q = 26^\circ$ 일 때,
 $\angle B$ 의 크기는?



- ① 57° ② 58° ③ 59° ④ 60° ⑤ 61°

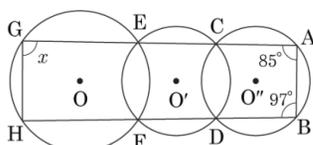
해설



$\angle B = x$ 라 하면 $\angle QDA = x$
 $\triangle ABP$ 에서 $\angle QAD = x + 40^\circ$
 $\triangle AQD$ 에서 $26^\circ + x + x + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 57^\circ$

20. 다음 그림에서 두 점 E, F 는 두 원 O, O' 의 교점이고, 점 C, D 는 두 원 O', O'' 의 교점이다.

$\angle CAB = 85^\circ$, $\angle ABD = 97^\circ$ 일 때, $\angle EGH$ 의 크기는?

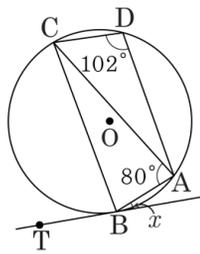


- ① 83° ② 92° ③ 96° ④ 100° ⑤ 102°

해설

내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle EGH = \angle EFD = \angle DCA$
 또한, 대각의 합 $\angle DCA + \angle ABD = \angle DCA + 97^\circ = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle DCA = 180^\circ - 97^\circ = 83^\circ$

21. $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 \overleftrightarrow{BT} 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAB = 80^\circ, \angle ADC = 102^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

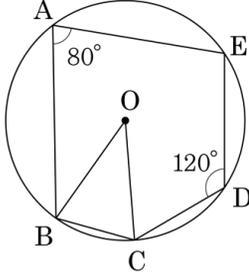


- ① 20° ② 21° ③ 22° ④ 23° ⑤ 24°

해설

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$
 $\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 78^\circ = 22^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle ACB = 22^\circ$

22. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접할 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



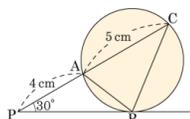
▶ 답: °

▶ 정답: 40 °

해설

점 B 와 점 D 를 이으면 $\angle BDE = 100^\circ$
 $\angle BDC = 20^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$

23. 다음 그림에서 \overline{PB} 는 원의 접선이고, $\angle BPC = 30^\circ$ 이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle PBA$ 의 넓이는?

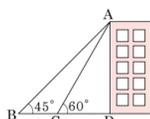


- ① 5cm^2 ② $5\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 6cm^2
 ④ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $7\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

할선과 접선의 관계에서
 $\overline{PB}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PC} = 4 \times (4 + 5) = 36$
 $\therefore \overline{PB} = 6(\text{cm})$ 점 A에서 \overline{PB} 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{PA} : \overline{AH} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AH} = 2(\text{cm})$
 $\therefore \triangle PBA = \frac{1}{2} \times \overline{PB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$

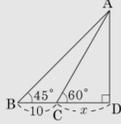
24. 다음 그림과 같이 한 지점 B에서 건물 옥상의 한 지점 A를 올려다 본 각이 45° 이고 다시 B 지점에서 건물쪽으로 10m 걸어간 지점 C에서 A 지점을 올려다 본 각이 60° 일 때, 건물의 높이 \overline{AD} 를 구하면? (단, 눈의 높이는 무시한다.)



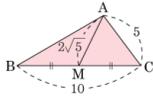
- ① $5(2 + \sqrt{2})$ m ② $5(2 + \sqrt{3})$ m ③ $5(3 + \sqrt{2})$ m
 ④ $5(3 + \sqrt{3})$ m ⑤ $5(3 + \sqrt{5})$ m

해설

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \frac{10}{\tan 45^\circ - \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\ &= \frac{10}{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ} = \frac{10}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= 5(3 + \sqrt{3}) \text{ (m)} \end{aligned}$$



25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.

꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$$

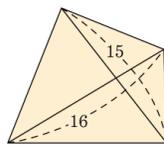
$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin C$ 이고,

$\sin C = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$ 이다.

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times \frac{4}{5} = 20$$

26. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 15, 16인 사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답:

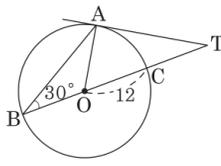
▷ 정답: 120

해설

$$S = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 \times \sin \theta = 120 \sin \theta$$

이때 $\theta = 90^\circ$ 일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90^\circ$ 일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 120이다.

27. 그림에서 \overline{AT} 는 반지름의 길이가 12인 원 O의 접선이고 점 A는 접점이다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, \overline{CT} 의 길이를 구하면?

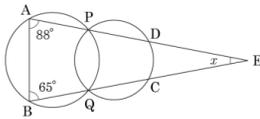


- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 12 \\ 1 : 2 &= 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24 \\ \therefore \overline{CT} &= 24 - 12 = 12 \end{aligned}$$

28. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle PAB = 88^\circ$, $\angle QBA = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

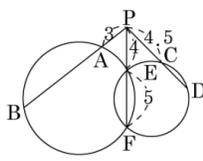


- ① 17° ② 20° ③ 27° ④ 30° ⑤ 37°

해설

보조선 CD, PQ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65^\circ$
 $\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88^\circ$
 따라서 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 88^\circ = 27^\circ$ 이다.

29. 다음 그림에서 \overline{EF} 는 두 원의 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$, $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12.5

해설

원에서의 비례 관계에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$

$$3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) \quad \therefore \overline{PB} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

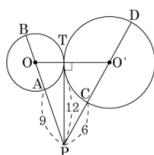
또, $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 에서 $\frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

30. 다음 그림에서 \overline{PT} 이 원의 접선이고, \overline{OT} 는 원 O의 반지름, $\overline{O'T}$ 는 원 O'의 반지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{25}{2}$

해설

원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$12^2 = 9 \times (9 + \overline{AB})$ 이다.

$144 = 9 \times (9 + 2\overline{OA})$

$\therefore 2\overline{OA} = 7$

$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = \frac{7}{2}$

원 O'에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$

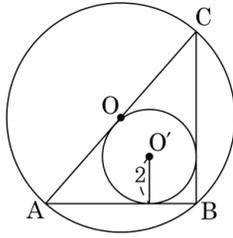
$144 = 6 \times (6 + 2\overline{O'C})$

$\therefore 2\overline{O'C} = 18$

$\therefore \overline{O'T} = \overline{O'C} = 9$

따라서 $\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = \frac{7}{2} + 9 = \frac{25}{2}$ 이다.

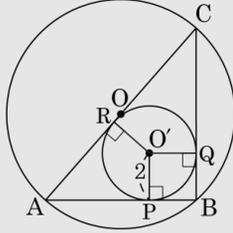
31. 다음 그림과 같이 \overline{AC} 가 지름인 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O'는 내접원이다. 원 O'의 반지름의 길이가 2이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 24일 때, 원 O의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설



원 O'과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 접점을 각각 P, Q, R이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$, $\overline{AC} = r$ 이라 하면

$\overline{AB} = x + 2$, $\overline{BC} = r - x + 2$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서 $r^2 = (x + 2)^2 + (r - x + 2)^2$

$\therefore x^2 - rx + 2r + 4 = 0 \dots \textcircled{1}$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 24이므로

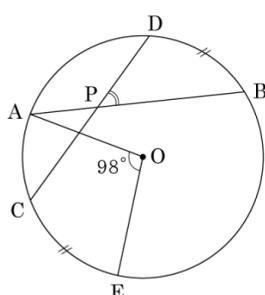
$\frac{1}{2} \times (x + 2) \times (r - x + 2) = 24$

$\therefore x^2 - rx - 2r + 44 = 0 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 를 하면 $4r - 40 = 0 \therefore r = 10$

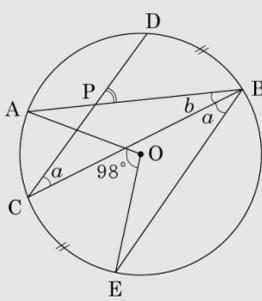
따라서 원 O의 지름의 길이는 10이다.

32. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5.0\text{pt}\widehat{CE}$ 이고, $\angle AOE = 98^\circ$ 일 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



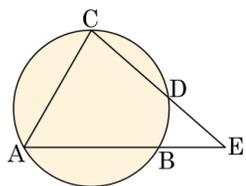
- ① 45° ② 46° ③ 47° ④ 48° ⑤ 49°

해설



$\angle CBE = a$, $\angle ABC = b$ 라고 하면,
 $a + b = \angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOE = 49^\circ$
 $\angle CBE = \angle BCD$ 이므로
 $\triangle BCP$ 에서 $\angle BPD = a + b = 49^\circ$

33. 다음 그림에서 호 AC와 호 BC의 길이가 같고, 현 AB의 연장선과 길이 9인 현 CD의 연장선의 교점을 E라 할 때, DE = 6이다. 이때, 선분 AC의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{15}$

해설

$\angle CBD = \angle CAD = \angle CAB - \angle DAB = \angle CBA - \angle BCD = \angle CEB$
 따라서 선분 BC는 삼각형 BDE의 외접원의 접선이므로
 $\overline{BC}^2 = 135 \therefore BC = 3\sqrt{15}$
 $\overline{AC} = \overline{BC} = 3\sqrt{15}$