

1. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(\text{㉔}) = 0$$

$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉔는 $x - 1$

2. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\Gamma} x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\textcircled{\text{L}} x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\textcircled{\text{E}} x^2 + 4x + 2 = 0$$

① $\textcircled{\Gamma}$

② $\textcircled{\text{L}}$

③ $\textcircled{\text{E}}$

④ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{E}}$

⑤ $\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$

해설

$$\textcircled{\Gamma} (x+1)^2 = 0 : \text{중근}$$

$$\textcircled{\text{L}} a=1, b'=1, c=4$$

$$1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0 : \text{허근}$$

$$\textcircled{\text{E}} a=1, b'=2, c=2$$

$$2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0 : \text{서로 다른 두 실근 (O)}$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

4. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

6. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 0, b = 3$

③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

8. 두 수 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

9. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

11. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (1+3i)x - 2(1+i) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(1+3i)x - 2(1+i)(1+i) = 0$$

$$2x^2 + (4i-2)x - 2(2i) = 0$$

$$x^2 + (2i-1)x - 2i = 0$$

$$(x+2i)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2i \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 2

해설

유리계수 이차식의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면,
그 켤레근인 $2 - \sqrt{3}$ 도 방정식의 근이므로
근과 계수와의 관계에 의해서

$$-p = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\therefore p = -4$$

$$q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore q = 1$$

$$\therefore p + q = -4 + 1 = -3$$

13. 이차방정식 $x^2 + x + 4(k-2) = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-2 < k \leq -1$

② $-1 < k \leq \frac{33}{16}$

③ $2 < k \leq \frac{33}{16}$

④ $k \leq \frac{16}{33}$

⑤ $k < \frac{21}{16}$

해설

두 근을 α, β 라고 할 때,

모두 음수일 조건은

$$\alpha + \beta < 0, \alpha\beta > 0, D \geq 0$$

(i) $\alpha + \beta = -1 < 0$

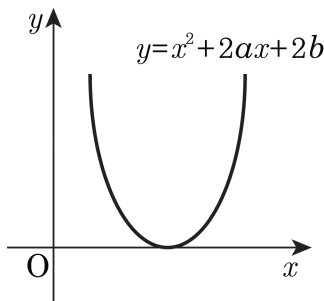
(ii) $\alpha\beta = 4(k-2) > 0 \quad \therefore k > 2$

(iii) $D = 1^2 - 4 \cdot 4(k-2) = 33 - 16k \geq 0$

$$\therefore k \leq \frac{33}{16}$$

(ii)과 (iii)의 공통 범위는 $2 < k \leq \frac{33}{16}$

14. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 방정식 $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$ 의 근에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 서로 다른 양의 실근을 갖는다.
- ② 서로 다른 음의 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 서로 다른 부호의 실근을 갖는다.
- ⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

해설

㉠ 그래프에서 중근이므로 $a^2 - 2b = 0$

㉡ $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = a^2 - b^2 - 2 \leftarrow a^2 = 2b$$

$$= 2b - b^2 - 2$$

$$= -(b^2 - 2b + 2)$$

$$= -(b-1)^2 - 1 < 0$$

$\therefore$ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

15. x, y 에 대한 이차식 $f(x, y) = x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3$ 이 x, y 의 두 일차식으로 인수분해될 때, 실수 k 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면
근의 공식에 의하여

$$\begin{aligned}x &= -(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - (y^2 + ky - 3)} \\&= -(y-1) \pm \sqrt{-(2+k)y + 4} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

한편, $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이면

$$x^2 + ax + b = (x - \alpha)(x - \beta) \text{ 이고}$$

준식이 x, y 의 일차식으로 인수분해되므로

x 의 두 근 $\textcircled{7}$ 에서 $-(2+k)y + 4$ 가 완전제곱 꼴이 되어야 한다.

따라서 근호 안의 판별식 D 는 0이어야 한다.

$$\therefore D = (2+k)^2 - 4 \cdot 0 \cdot 4 = 0$$

$$2+k=0$$

$$\therefore k = -2$$