1. 월드컵 예선전과 같이 출전한 모든 팀들이 다른 팀들과 각각 한 번씩 시합을 하는 게임 방식을 리그전이라고 한다. 아시아 8 개국이 친선 축구 시합을 리그전으로 하려고 한다. 이 때, 총 시합의 수는?

① 21 ② 24 ③ 28 ④ 30 ⑤ 33

해설

게임은 두 팀씩 하는 것이므로 8 개 팀에서 두 팀을 뽑는 조합의 수와 같다.

$$\therefore\ {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

2. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

① 16 ② 24 ③ 28 ④ 36 ⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$\therefore\ {}_8C_2 = 28$

3. 한국 선수 11 명과 일본 선수 11 명이 축구 경기 후 상대팀 선수들과 서로 악수를 할 때, 악수한 총 횟수는? (단, 한 번 악수한 사람과는 다시 악수하지 않는다.)

① 54 ② 66 ③ 85 ④ 112 ⑤ 121

해설

한국 선수 1 명당 일본 선수 11 명과 악수를 해야 한다. $11 \times 11 = 121$

4. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

5. 남자 4 명, 여자 6 명 중에서 남자 2 명, 여자 3 명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36　② 72　③ 120　④ 144　⑤ 156

해설

$_4C_2 \times _6C_3 = 120$

6. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

7. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

$\therefore\ {}_3C_2 \times 4! = 72$

8. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

9. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$

10. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$가 있을 때, $f : X \to Y$ 중에서 $f(1) \neq 1$ 인 것은 모두 몇 가지인가?

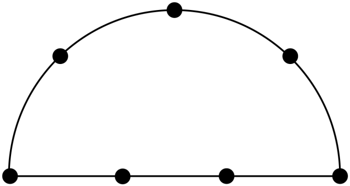
① 24 ② 30 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$f(1) \neq 1$ 이므로 $f(1)$ 은 $2, 3, 4$ 중 하나의 값을 갖는다. $f(2), f(3)$ 은 $1, 2, 3, 4$ 중 중복을 허락하여 하나의 값을 갖는다.

$\therefore 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

11. 다음 그림과 같이 반원 위에 7 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



① 27 개 ② 28 개 ③ 31 개 ④ 32 개 ⑤ 34 개

해설

전체에서 점 3 개를 고르는 경우에서 밑변 (일직선) 위의 점 중에 3 개를 고르는 경우를 제한다.

${}_7C_3 - {}_4C_3 = 31$

12. 서로 다른 6 개의 찻잔을 서로 다른 찻잔 보관용 상자 2 개에 나누어 담으려고 한다. 각 상자마다 찻잔을 최대 4 개까지 담을 수 있을 때, 찻잔을 담는 방법의 수는?

① 40　② 45　③ 50　④ 55　⑤ 60

해설

6 개를 (4개, 2개) 또는 (3 개,3 개) 로 나누어서
2 개의 찻잔 보관용 상자에 나누어 담으면 되므로
(i) 4 개, 2 개로 나누어 담는 방법의 수는

$${}_6C_4 \times {}_2C_2 \times 2! = 30 \text{ (가지)}$$

(ii) 3 개, 3 개로 나누어 담는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 20 \text{ (가지)}$$

(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
$30 + 20 = 50$ (가지)

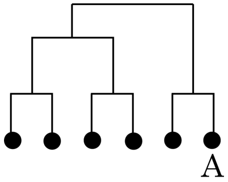
13. 서로 다른 6 송이의 꽃을 2 송이씩 3 다발로 나누어 3 명에게 선물하는 모든 방법의 수는?

① 45　② 90　③ 120　④ 180　⑤ 225

해설

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

14. 지난 대회 우승 팀 A 가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5 개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



① 15　　② 18　　③ 20　　④ 24　　⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는

${}_5C_1 = 5$ (가지)

그 각각의 경우에 대하여 나머지 4 팀을

(2 팀, 2 팀) 으로 편성하는 방법의 수는

$${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

15. ${}_{n}P_{r} = 360$, ${}_{n}C_{r} = 15$ 일 때, $n + r$ 의 값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$${}_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}\ {}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_{n}P_{4} = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

16. 5쌍의 부부 중에서 임의로 4명을 뽑을 때, 그 중에서 부부는 한쌍만 포함되는 경우의 수는?

① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180

해설

먼저 5쌍의 부부중 한 쌍의 부부를 선택하고
나머지 사람들 중 2명을 뽑는 경우에서 부부가
쌍으로 뽑히는 경우를 제외하여 곱한다.
$\therefore\ {}_5C_1 \times ({}_8C_2 - {}_4C_1) = 120$

17. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.
전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$,
대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6\mathrm{C}_3$ 이므로
구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} - \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

18. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인가?

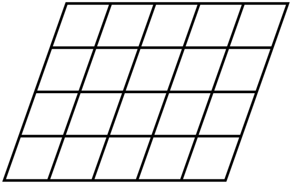
① 125 ② 175 ③ 275 ④ 385 ⑤ 495

해설

십이각형에서 4개의 점을 선택하면 대각선이 한 개가 만들어진다. 따라서 대각선의 교점의 최댓값은 십이각형의 12 개의 꼭지점에서 4 개의 점을 선택하는 가지 수와 같다.

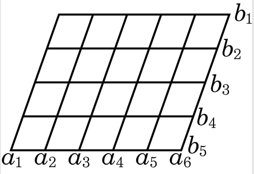
$\therefore\ {}_{12}C_4 = 495$

19. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

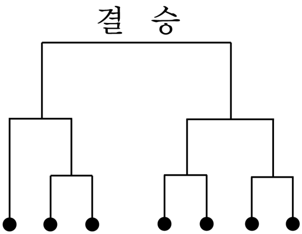
해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면 가로축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중에서 2 개와 세로축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

20. 7 개의 팀이 아래 그림과 같이 한 개 팀에게 부전승을 허용하여 토너먼트 방식으로 경기를 하려고 한다. 시합을 하는 방법의 수는?



① 315 ② 378 ③ 396 ④ 412 ⑤ 446

해설

7 개의 팀을 4 팀, 3 팀으로 나누는 경우의 수는

${}_7C_4 \times {}_3C_3 = 35$ (가지)

아래 왼쪽 조를 완성하는 방법의 수는

${}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3$ (가지)

아래 오른쪽 조를 완성하는 방법의 수는

${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \dfrac{1}{2!} = 3$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $35 \times 3 \times 3 = 315$ (가지)