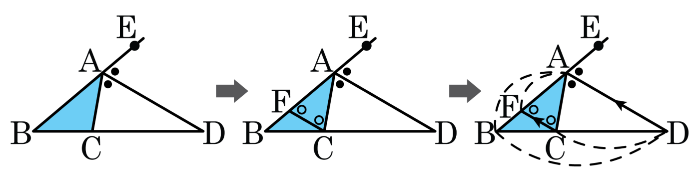
1. 다음은 삼각형의 외각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



보기

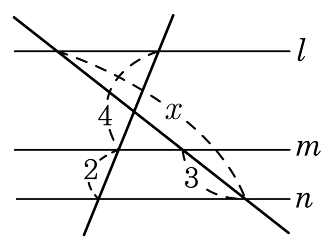
$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선
$\angle ACF = \boxed{\quad ㉠ \quad}$ 이므로 $\triangle ACF$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{FC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \boxed{\quad ㉡ \quad}$

① $\angle ACD,\ \overline{BC}$　② $\angle ACD,\ \overline{CD}$　③ $\angle ACD,\ \overline{AB}$
④ $\angle AFC,\ \overline{CD}$　⑤ $\angle AFC,\ \overline{AD}$

해설

$\triangle BDA$ 에서 $\overline{BA} : \overline{FA} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m \,/\!/\, n$일 때, x의 값은?



① 15 ② 14.5 ③ 12 ④ 10.5 ⑤ 9

해설

$4 : 2 = (x-3) : 3$

$2 : 1 = (x-3) : 3$

$x-3 = 6$

$\therefore\ x = 9$

3. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 고르면?

① 두 원기둥 ② 두 원뿔 ③ 두 구
④ 두 사각기둥 ⑤ 두 정육면체

해설

두 구와 두 정육면체는 항상 닮음이다.

4. 다음 각 경우에 $\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{A'B'C'}$ 이 되는 것을 모두 찾으면? (정답 2 개)

① $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{A'B'}}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{A'C'}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{B'C'}}$

② $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{A'B'}}$, $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A'}$

③ $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{A'C'}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{B'C'}}$, $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A'}$

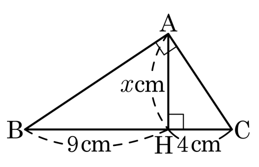
④ $3\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{A'B'}}$, $3\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{A'C'}}$

⑤ $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{B'}, \angle\mathrm{C} = \angle\mathrm{C'}$

해설

① $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{A'B'}}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{A'C'}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{B'C'}}$
대응하는 세 쌍의 길이의 비가 1 : 2 로 모두 같으므로 SSS 닮음이다.
⑤ $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{B'}, \angle\mathrm{C} = \angle\mathrm{C'}$
두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으므로 AA 닮음이다.

5. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?



① 5　　② 6　　③ 6.5

④ 7　　⑤ 7.5

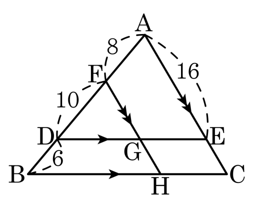
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$ 이므로

$x^2 = 9 \times 4 = 36$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{FH} // \overline{AC}$ 일 때, $\overline{GH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

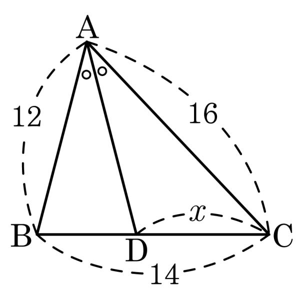
▷ 정답 : $\overline{GH} = \dfrac{16}{3}$

해설

$\overline{FH} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DFG \backsim \triangle DAE$ (AA 닮음) 이고, $\overline{FG} : \overline{AE} = \overline{DF} : \overline{DA}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\overline{FG} : 16 = 10 : 18 = 5 : 9$, $9\overline{FG} = 80$ 이므로 $\overline{FG} = \dfrac{80}{9}$ 이 된다.

그리고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\triangle FDG \backsim \triangle FBH$ (AA 닮음) 이므로 $\overline{FG} : \overline{GH} = \overline{FD} : \overline{DB}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\dfrac{80}{9} : \overline{GH} = 10 : 6 = 5 : 3$, $5\overline{GH} = \dfrac{80}{3}$ 이므로 $\overline{GH} = \dfrac{16}{3}$ 이 된다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라고 할 때, x 의 길이는?

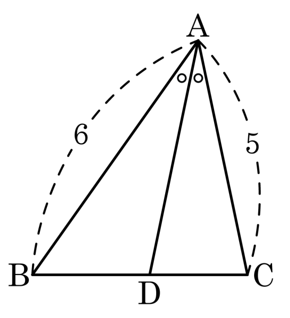


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $(14 - x) : x = 3 : 4$, $7x = 56$,
따라서 $\overline{CD} = 8$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고,$\triangle ABC$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?

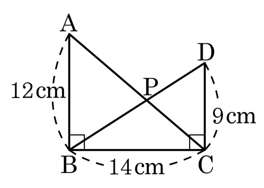


① $\frac{1}{11}a$ ② $\frac{11}{5}a$ ③ $\frac{11}{6}a$ ④ $\frac{5}{11}a$ ⑤ $\frac{6}{11}a$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $6 : 5$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 6 : 5$ 이다.
$\therefore \triangle ABD = \frac{6}{11}\triangle ABC = \frac{6}{11} \times a = \frac{6}{11}a$

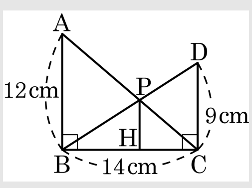
9. 다음 그림에서 $\triangle PBC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : 36 $\underline{cm^2}$

해설

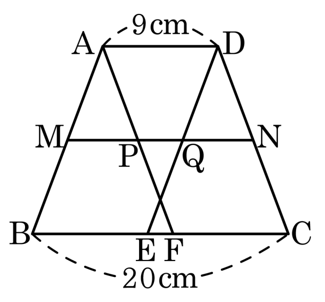


점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{PH} = \frac{12 \times 9}{12+9} = \frac{108}{21} = \frac{36}{7}$(cm)

$\therefore$ ($\triangle PBC$의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 14 \times \frac{36}{7} = 36(cm^2)$

10. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AF} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 9\,\mathrm{cm}$, , $\overline{BC} = 20\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$ cm

해설

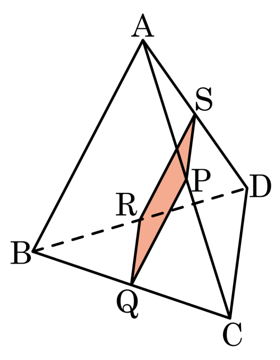
$\overline{MN} = \frac{1}{2}(20+9) = \frac{29}{2}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{MQ} = \overline{PN} = \overline{AD} = 9\,(\mathrm{cm})$ 이므로

$\overline{MN} = 9 + 9 - \overline{PQ} = \frac{29}{2}$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{7}{2}\,(\mathrm{cm})$

11. 한 변의 길이가 5인 정사면체 A – BCD의 각 모서리의 중점을 연결해서 만든 □PQRS의 둘레의 길이는?



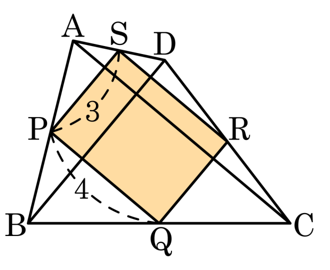
① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{PS} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$ 이므로

(□PQRS의 둘레의 길이)
$= \overline{PQ} + \overline{SR} + \overline{QR} + \overline{PS}$
$= 4 \times \frac{5}{2} = 10$이다.

12. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, $\overline{AC}+\overline{BD}$ 의 값은?



① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

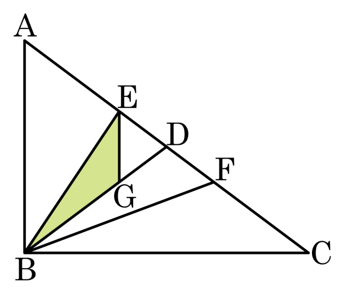
해설

중점연결정리에 의해

$\overline{AC}=2\overline{PQ}=2\times 4=8$, $\overline{BD}=2\overline{PS}=2\times 3=6$

$\therefore \overline{AC}+\overline{BD}=14$

13. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 G 는 무게중심이다. 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 의 삼등분 점이고 $\triangle ABC = 36\,cm^2$ 일 때, $\triangle EBG$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



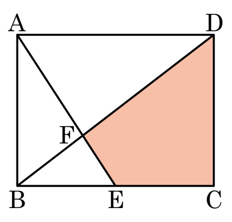
① $2\,cm^2$ ② $2.5\,cm^2$ ③ $3\,cm^2$

④ $3.5\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

$$\triangle EBD = \frac{1}{2}\triangle EBF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{6} \times 36 = 6\,(cm^2)$$
$$\triangle EBG = \frac{2}{3}\triangle EBD = \frac{2}{3} \times 6 = 4\,(cm^2)$$

14. 다음 그림의 직사각형에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$, $\triangle ABF = 12\,cm^2$ 일 때, $\square FECD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $30\,cm^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면 점 F 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$$\begin{aligned}\square FECD &= \frac{1}{3}\triangle ABC + \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \triangle ABF + \frac{3}{2}\triangle ABF \\ &= 12 + 18 = 30(cm^2)\end{aligned}$$

15. 쇠구슬 한 개를 녹여 작은 쇠구슬 27 개를 만들 수 있다. 작은 쇠구슬의 겉넓이를 a , 큰 쇠구슬의 겉넓이를 b 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

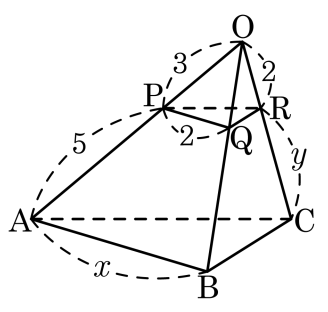
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 부피의 비가 $27 : 1$ 이므로 겉넓이의 비는 $9 : 1$ 이다. 따라서 $\frac{a}{b} = \frac{1}{9}$ 이다.

16. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} // \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

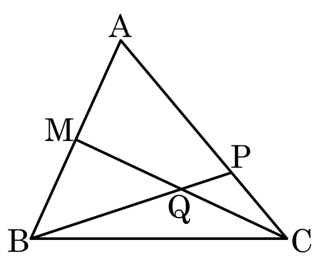
$\overline{PR} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

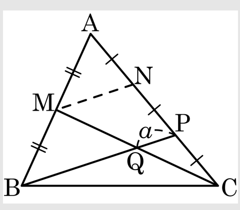
17. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이고 $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{PB}}$ 는?



① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

해설

$\overline{\mathrm{AP}}$ 의 중점을 N 이라하고 $\overline{\mathrm{PQ}} = a$하면, $\overline{\mathrm{MN}} = 2a$ 이고, $\overline{\mathrm{BP}} = 4a$ 이므로,
$\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{PB}} = a : 4a = 1 : 4$ 이다.

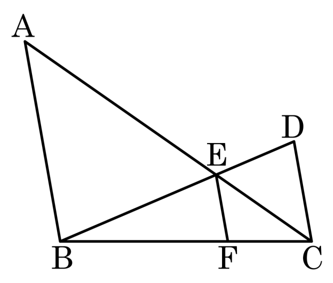


18. 축척이 $\frac{1}{100000}$ 인 지도에서 40cm 떨어진 두 지점을 시속 80km 로 두 번 왕복하는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 50분 ② 55분 ③ 1시간
④ 1시간20분 ⑤ 2시간

해설
(두 번 왕복한 실제 거리) $= 2 \times 2 \times 40 \times 100000 = 16000000(\text{cm})$
따라서 160(km) 이다.
따라서 왕복하는데 걸리는 시간은 $\frac{160}{80} = 2$(시간) 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$, $\overline{AB} = 3\overline{EF}$ 이고, 삼각형 ABC 의 넓이가 36 일 때, 사각형 CDEF 의 넓이를 구하여라.



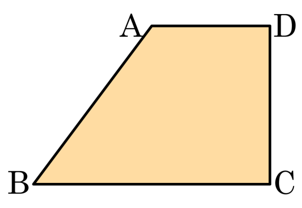
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

삼각형 CEF 와 삼각형 CAB 는 닮음비가 1 : 3 으로 닮은 도형
$\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$ 이므로 삼각형 BEF 와 CAB 는 닮음비가 2 : 3 으로 닮은 도형
그러므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로 삼각형 BDC 의 넓이는 $36 \times \frac{1}{2} = 18$
삼각형 BEF 와 BDC 의 넓이비는 4 : 9 이므로 삼각형 BEF 의 넓이는 $18 \times \frac{4}{9} = 8$
따라서 사각형 CDEF 의 넓이는 $18 - 8 = 10$

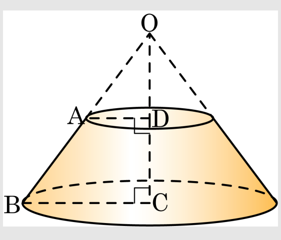
20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AD} = 3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90°$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84π

해설



변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 $1 : 8$ 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (6 \times 6 \times \pi) \times 8 = 96\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi \times \frac{7}{8} = 84\pi$ 이다.