

1. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

- ① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$$\begin{aligned} |x + 5| &= 1 \\ \Rightarrow x + 5 &= 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1 \\ \therefore x &= -4 \text{ 또는 } x = -6 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $(x-1)(x+3) = 7$ 의 해는?

- ① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$ ② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$ ③ $-2 \pm \sqrt{11}$
④ $-1 \pm \sqrt{11}$ ⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3) = 7, x^2 + 2x - 3 - 7 = 0, \\ x^2 + 2x - 10 = 0 \\ \text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

3. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

4. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

6. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

- ① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

8. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a-m-1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a+1)m + (-2a+b+1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a+b+1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

유리계수 이차식의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면,
그 켤레근인 $2 - \sqrt{3}$ 도 방정식의 근이므로
근과 계수와의 관계에 의해서
 $-p = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore p = -4$
 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore q = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이고
 p, q 가 유리수이면 남은 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
두 근의 합 $-p = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$
 $\therefore p = -4$
두 근의 곱 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

11. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| ㉠ $x^2 + ax + b = 0$ | ㉡ $x^2 + bx + a = 0$ |
| ㉢ $ax^2 + x + b = 0$ | ㉣ $bx^2 + ax + b = 0$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이 만족하려면 } b > 0, a < 0$$

$$\text{㉠ } x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$$

$$b \leq \frac{a^2}{4} \text{ 일 때만 실근 존재}$$

$$\text{㉡ } x^2 + bx + a = 0$$

$$D = b^2 - 4a > 0 \text{ 항상 실근 존재 (O)}$$

$$\text{㉢ } ax^2 + x + b = 0$$

$$D = 1 - 4ab > 0 \text{ 항상 실근 존재 (O)}$$

$$\text{㉣ } bx^2 + ax + b = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2 \text{ 일 때만 실근 존재}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2ax - 3a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 a 의 값과 그 때의 중근을 구한 것은?

① $a = -3, x = -3$

② $a = -3, x = 0$

③ $a = 0, x = -3$

④ $a = 3, x = 0$

⑤ $a = 3, x = 3$

해설

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (-3a) = 0$$

$$a^2 + 3a = 0, a(a+3) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } 0$$

(i) $a = -3$ 일 때,

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ (중근)}$$

(ii) $a = 0$ 일 때,

$$x^2 = 0$$

$$\therefore x = 0$$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(k-a)x + k^2 + a^2 - b + 1 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 1$

② $a = 1, b = 0$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = -1, b = 0$

⑤ $a = -1, b = -1$

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= 0 \text{이므로,} \\ (k-a)^2 - (k^2 + a^2 - b + 1) &= 0 \\ -2ak + (b-1) &= 0 \\ \therefore a &= 0, b = 1 \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

- ㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
- ㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
- ㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

15. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서}$$

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$