1. 방정식 $|x+5|=1$를 만족하는 x의 값들의 합은?

① -9　② -10　③ -11　④ -12　⑤ -13

해설

$|x+5|=1$

$\Rightarrow \quad x+5=1$ 또는 $x+5=-1$

$\therefore \quad x=-4$ 또는 $x=-6$

2. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$의 해는?

① $\dfrac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$ ② $\dfrac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$ ③ $-2 \pm \sqrt{11}$
④ $-1 \pm \sqrt{11}$ ⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$(x-1)(x+3)=7$, $x^2+2x-3-7=0$,
$x^2+2x-10=0$
근의 공식에 의해 $x=-1 \pm \sqrt{1^2+10}=-1 \pm \sqrt{11}$

3. 이차방정식 $x^2-mx+2m+1=0$의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2-mx+2m+1=0$에 $x=1$을 대입하면

$1-m+2m+1=0 \quad \therefore m=-2$

$x^2+2x-3=0, \quad (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3,\ 1$

따라서, 다른 근은 -3

4. 이차방정식 $x^2-2x+k+2=0$이 중근을 가지도록 하는 상수 k의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$x^2-2x+(k+2)=0$

$\dfrac{D}{4}=(-1)^3-(k+2)=0$

$1-k-2=0 \quad \therefore \; k=-1$

5. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6\mathrm{a}+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

6. x에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$

모든 x에 대해 성립하려면

$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$

공통근 : $a=1$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$이 허근을 갖도록 실수 k의 범위를 정하면?

① $k \le 3$ ② $k > 3$ ③ $k \le 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$3x^2 - 6x + k = 0$

$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$

$\therefore\ k > 3$

8. 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a-m-1)x+a^2-b+m^2=0$의 근이 m의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4}=(a-m-1)^2-(a^2-b+m^2)=0$$

m의 값에 관계없이

$2(-a+1)m+(-2a+b+1)=0$

이어야 하므로

$2(-a+1)=0,\ -2a+b+1=0$

$\therefore a=1,\ b=1$

$\therefore a+b=2$

9. x에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$이 되도록 유리수 p, q를 정할 때, $p + q$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

유리계수 이차식의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$이면,
그 켤레근인 $2 - \sqrt{3}$도 방정식의 근이므로
근과 계수와의 관계에 의해서
$-p = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
$\therefore\ p = -4$
$q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
$\therefore\ q = 1$
$\therefore\ p + q = -4 + 1 = -3$

10. x에 대한 이차방정식 $x^2+px+q=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}$이 되도록 유리수 p, q를 정할 때, $p+q$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+px+q=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}$이고
p, q가 유리수이면 남은 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.
두 근의 합 $-p=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$
$\therefore p=-4$
두 근의 곱 $q=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$
$\therefore p+q=-4+1=-3$

11. 0 이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$ ㉡ $x^2 + bx + a = 0$

㉢ $ax^2 + x + b = 0$ ㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0,\ D = a^2 - 4b$

$b \le \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2,\ a^2 \ge 4b^2$ 일 때만 실근 존재

12. 이차방정식 $x^2-2ax-3a=0$이 중근을 갖도록 하는 a의 값과 그 때의 중근을 구한 것은?

① $a=-3,\ x=-3$
② $a=-3,\ x=0$
③ $a=0,\ x=-3$
④ $a=3,\ x=0$
⑤ $a=3,\ x=3$

해설

$\frac{D}{4}=(-a)^2-(-3a)=0$

$a^2+3a=0,\ a(a+3)=0$

$a=-3$ 또는 0

(i) $a=-3$일 때,

$x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$(중근)

(ii) $a=0$일 때,

$x^2=0$

$\therefore x=0$

13. x에 대한 이차방정식 $x^2-2(k-a)x+k^2+a^2-b+1=0$이 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, a, b의 값은?

① $a=1,\ b=1$

② $a=1,\ b=0$

③ $a=0,\ b=1$

④ $a=-1,\ b=0$

⑤ $a=-1,\ b=-1$

해설

$\frac{D}{4}=0$이므로,

$(k-a)^2-(k^2+a^2-b+1)=0$

$-2ak+(b-1)=0$

$\therefore\ a=0, b=1$

14. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k > 1$이면 두 근은 실근이다.

㉡ $k = 1$이면 두 근은 같다.

㉢ 두 근의 곱은 실수이다.

㉣ $0 < k < 1$이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

㉠ $k > 1$이어도 x는 허수이다.<거짓>

㉡ $k = 1$이면 $x = i$로 두 근은 같다.<참>

㉢ 두 근의 곱 $-k$는 허수일 수도 있다.<거짓>

㉣ $0 < k < 1$이면 $-1 < -1 + k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x는 순허수이다.<참>

15. $a^2-3a+1=0$일 때, $a^2-2a+\dfrac{3}{a^2+1}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$a^2-3a+1=0$에서

$$a^2-2a+\frac{3}{a^2+1}=a-1+\frac{3}{3a}=a+\frac{1}{a}-1$$

한편, $a^2-3a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$$a-3+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore\ a+\frac{1}{a}=3$$

$$\therefore(\text{준식})=\left(a+\frac{1}{a}\right)-1=2$$