1. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 한 점 $(-2, -5)$ 을 지나고, $x = m$ 일 때 최솟값 $2m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m,\ 2m)$ 이므로
$y = (x - m)^2 + 2m$ 에 $(-2, -5)$ 를 대입한다.

$-5 = (-2 - m)^2 + 2m$
$m^2 + 6m + 9 = 0$
$(m + 3)^2 = 0$

따라서 $m = -3$ 이다.

2. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

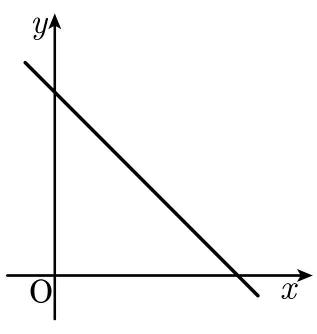
해설

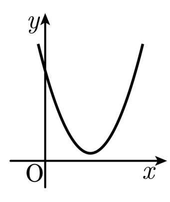
$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

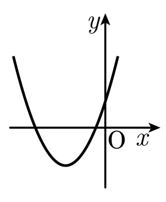
$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b = 13$ 이다.

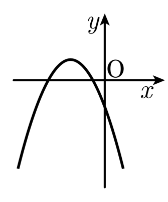
$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

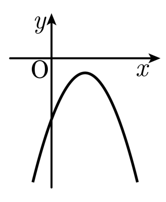
3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

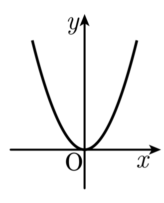


①


②


③


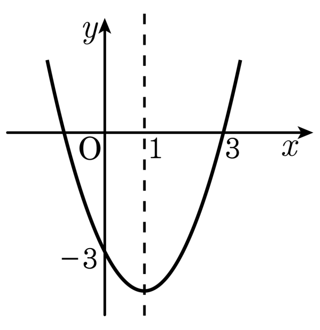
④


⑤


해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

4. 다음 그림은 직선 $x=1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?



① −4 ② −1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y=a(x-1)^2+q$

$x=0$ 일 때, $a+q=-3 \quad \cdots\cdots(1)$

$x=3$ 일 때, $4a+q=0 \quad \cdots\cdots(2)$

(2) 에서 (1) 을 빼면, $3a=3$

$\therefore\ a=1,\ q=-4$

$y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$

따라서 $x=1$ 일 때, $y=a+b+c=-4$ 이다.

5. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0), (3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x+1)(x-3)$

$(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4+1)(4-3)$

따라서 $k = 5$ 이다.

6. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

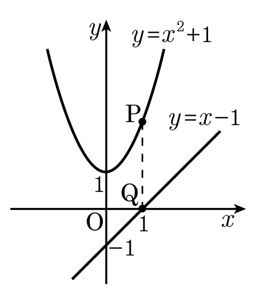
① $-\frac{7}{8}$　② -1　③ $\frac{1}{8}$　④ 1　⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

7. 포물선 $y=x^2+1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y=x-1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= t^2+1-(t-1)\\ &= t^2-t+2\\ &= \left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t=\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

8. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 1)$ ② $(3,\ 5)$ ③ $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$
④ $(2,\ 5)$ ⑤ $\left(-1,\ \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로 $3 = \frac{1}{2}(-1+2)^2 + b$, $\therefore b = \frac{5}{2}$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

9. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 8)$, $\mathrm{B}(a,\ b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{BOD}$ 의 넓이의 비가 $2\ :\ a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

① $a = \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$　　② $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

③ $a = \dfrac{-1+\sqrt{10}}{2}$　　④ $a = \dfrac{-1-\sqrt{10}}{2}$

⑤ $a = \dfrac{2}{3}$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 $\mathrm{A}(2, 8)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 $\mathrm{B}(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로 하면 $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-b)$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면($\because$ $(a,\ b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-2a^2) = 4(4-a^2)$

또한, $\triangle\mathrm{BOD} = \dfrac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$

$\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{BOD}$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4-a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$\therefore\ a^2(4-a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0$ 에서 $a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

여기서 $0 < a < 2$ 이므로 $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

10. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의 y 절편을 구하여라.

① -14 ② -7 ③ -1 ④ 4 ⑤ 45

해설

점 P 의 좌표 a 라 하면 Q 좌표는 $a + 9$
두 근의 합은 5
$\therefore\ a + (a + 9) = 5,\ a = -2$
$\therefore$ 두 점은 $(-2,\ 0),\ (7,\ 0)$
두 근의 곱은 $k = (-2) \times 7 = -14$

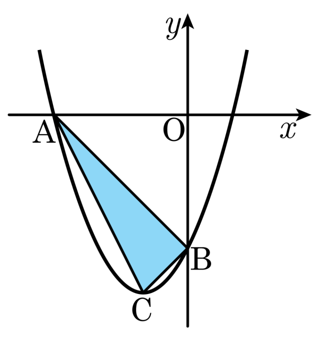
11. 이차함수 $y=-x^2-2x+p$ 의 그래프에서 x축과의 두 교점을 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y=-x^2-2x+p=-(x+1)^2+p+1$
축의 방정식이 $x=-1$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 이므로
$\therefore \mathrm{A}(-3,\ 0), \mathrm{B}(1,\ 0)$
$\mathrm{B}(1,\ 0)$ 을 $y=-x^2-2x+p$ 에 대입하면 $-1^2-2+p=0,\ \ \therefore p=3$
$\therefore y=-(x+1)^2+4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

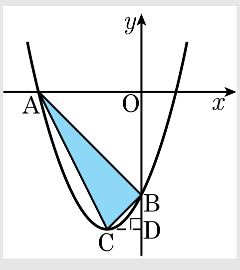
12. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



① 2　② 3　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{7}{2}$　⑤ 4

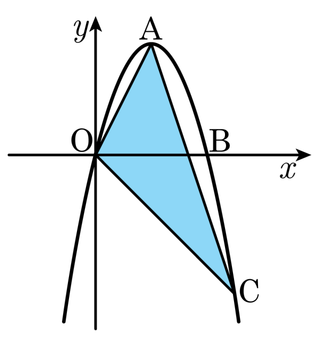
해설

점 A 는 x 축과 만나는 점이므로 $y = 0$ 일 때 x 값을 구한다.
$0 = (x+1)^2 - 4 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 4$
$x + 1 = \pm 2$, $x = 1, -3$
A 의 x 좌표는 음수이다.
$\therefore$ A$(-3, 0)$
점 B 는 y 절편, 즉 $x = 0$ 일 때 y 값을 구한다.
점 C는 꼭짓점의 좌표이므로 $y = (x+1)^2 - 4$ 에서 C$(-1, -4)$ 이다.
$\therefore$ B$(0, -3)$



$\triangle$ABC 의 넓이는 사다리꼴 OACD 에서 $\triangle$OAB 와 $\triangle$BCD 의 넓이를 뺀 것과 같다.
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}\left\{(3+1)\times 4 - \frac{1}{2}\times 3\times 3 - \frac{1}{2}\times 1\times 1\right\}$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = 3$

13. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle$AOB : $\triangle$OBC $= 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



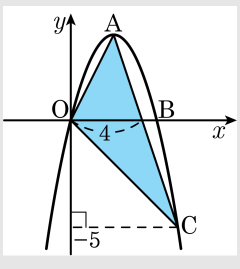
① $(5,\ -5)$ ② $(4,\ -3)$ ③ $(6,\ -2)$
④ $(2,\ -8)$ ⑤ $(3,\ -4)$

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 A$(2,4)$
또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$

따라서 점 B$(4,0)$ 이다. $\therefore \triangle\mathrm{AOB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$\triangle$AOB : $\triangle$OBC $= 4 : 5$ 이므로 $\triangle$OBC 의 넓이는 10 이다.



$\triangle$OBC 의 밑변을 $\overline{\mathrm{OB}} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.
점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0$, $c > 0$ 이므로 $c = 5$
$\therefore$ C$(5, -5)$

14. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1,\ 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 7)$ 이다.

③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1,\ 1)$ 을 지나므로 $x = 1,\ y = 1$ 을 대입하면,
$-2 - a + 7 = 1 \therefore\ a = 4$
따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x+1)^2 + 9$
① 축의 식은 $x = -1$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 9)$
③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
④ 그래프의 개형(대략적인 모양)을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 7)$

15. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 <u>않는</u> 것은?

① $y=x^2$에서 $x>0$일 때, x값이 증가하면 y값도 증가한다.

② $y=ax^2+b(a\neq 0)$는 $x=b$를 축으로 하고 점 $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

④ $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$에서 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.

⑤ $y=ax^2$에서 $a<0$일 때, a가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x값이 증가하면 y값도 증가한다.
② $x=0$(y축)을 축으로 하고, $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 한다.
③ $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.
④ $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$에서의 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.
⑤ $y=ax^2$에서 $a<0$일 때 a가 커지면 $|a|$이 작아지므로 폭은 넓어진다.

16. 다음 보기 중 이차함수에 대한 설명이 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0,\ a)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.

㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 좁아진다.

㉣ $y = -x^2$ 에서 $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.

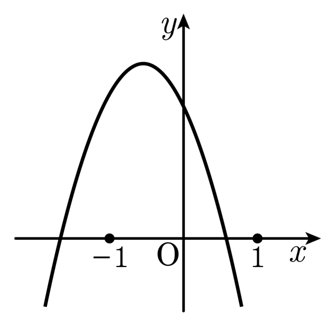
㉤ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠,㉡,㉠
② ㉠,㉡,㉣
③ ㉠,㉡,㉤
④ ㉡,㉢,㉣
⑤ ㉡,㉣,㉤

해설

㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 은 $x = 0$을 축으로 하고 점 $(0,\ b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.
따라서 옳은 것은 ㉡,㉣,㉤이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$ ② $b < 0$ ③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

① 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$

따라서 $b < 0$ 이다.

③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$

④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$

⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$

18. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 세 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(-1,\ 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A+B+C$ 의 값을 구하면?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

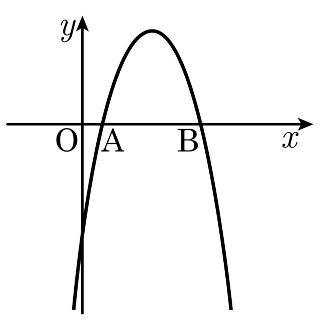
해설

주어진 세 점을 각각 $y=ax^2+bx+c$ 에 대입한다.
점 $(0,\ 1)$ 을 대입하면 $c=1$
점 $(1,\ 2)$ 를 대입하면 $a+b+1=2$
즉, $a+b=1$ …… ㉠
점 $(-1,\ 4)$ 를 대입하면 $a-b+1=4$
즉, $a-b=3$ …… ㉡
㉠+ ㉡에서 $2a=4$
$\therefore a=2$, $b=-1$

$$\begin{aligned}\therefore y &= 2x^2-x+1\\ &= 2\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)+1\\ &= 2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{8}\end{aligned}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4},\frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제 1사분면 위에 있으며 $a>0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.
따라서 $A=1, B=3, C=4$이므로 $A+B+C=1+3+4=8$ 이다.

19. 다음은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 4$ 일 때, 이 이차함수의 최댓값은?

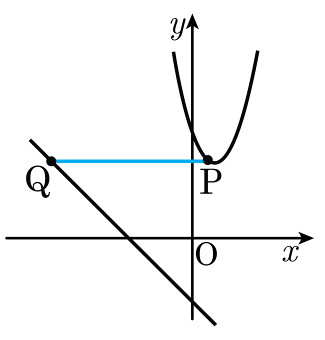


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k = -(x-3)^2 + k + 9$ 에서
축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
그림에서 보듯 $\overline{\mathrm{AB}} = 4$ 이면 점 A , B 는 축 $x = 3$ 에서 각각 2 만큼 떨어져 있다.
$\therefore \mathrm{A}(1,\ 0),\ \mathrm{B}(5,\ 0)$
구하는 식은 $y = -(x-1)(x-5) = -x^2 + 6x - 5$
$\therefore k = -5$
$y = -(x-3)^2 + 4$
$\therefore x = 3$ 에서 최댓값 4

20. 다음 그림에서 포물선 $y=x^2-3x+7$ 위의 한 점 P 와 직선 $y=-x-4$ 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 x 축에 평행할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하면?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$y=x^2-3x+7$ 에서 점 P 의 좌표는 $\mathrm{P}(a, a^2-3a+7)$
$y=-x-4$ 에서 점 Q 의 좌표는 $\mathrm{Q}(b,\ -b-4)$
점 P 와 점 Q 의 y 좌표가 같으므로
$a^2-3a+7=-b-4,\ b=-a^2+3a-11$ 이다.
$\overline{\mathrm{PQ}}=a-b=a^2-2a+11=(a-1)^2+10$
$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 10 이다.

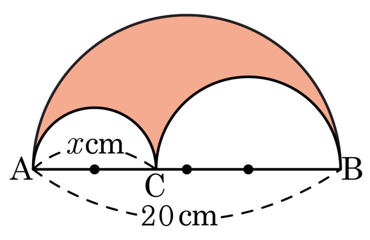
21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$　② $a \leq -\frac{3}{4}$　③ $a \leq \frac{3}{4}$
④ $a \leq 3$　⑤ $a \geq -3$

해설

$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$
$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$
$(y$절편$) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$
$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$

22. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi\,\text{cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하면?



① 10 ② 15 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$\overline{\text{AC}} = x\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{\text{BC}} = (20-x)\,\text{cm}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합) 이다.

$$\frac{1}{2}\times 10^2\pi - \left\{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{20-x}{2}\right)^2\right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{x^2}{8}\pi + \frac{400-40x+x^2}{8}\pi\right) = y\pi$$

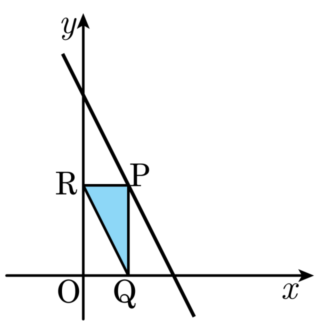
$$50\pi - \left(\frac{2x^2-40x+400}{8}\right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

$$\begin{aligned} y\pi &= -\frac{1}{4}\pi(x^2-20x) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x^2-20x+100-100) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x-10)^2 + 25\pi \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $25\pi\,\text{cm}^2$ 를 갖는다.

23. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, △PRQ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의 x 좌표를 a 라 하면

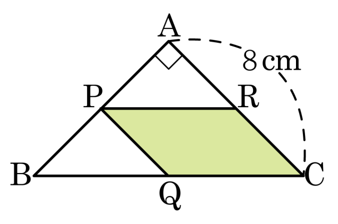
$P(a,\ -2a+6),\ Q(a,\ 0),\ R(0, -2a+6)$

△PRQ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a+6)$$
$$= -a^2 + 3a$$
$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$
$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$a = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$

24. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. □PQCR 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

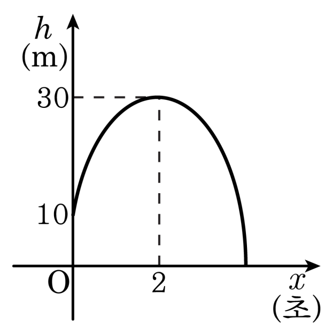
해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$$\square PQCR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ)$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{\frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2}x^2\right\}$$
$$= 32 - (x^2 - 8x + 32)$$
$$= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR 의 넓이가 최대가 된다.

25. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



① 4 초　　② $(\sqrt{6}-2)$ 초　　③ $(2+\sqrt{6})$ 초

④ 5 초　　⑤ 6 초

해설

$y=a(x-2)^2+30$ 이고, (0, 10) 을 지난다.

$10=4a+30$

$\therefore a=-5$

$\therefore y=-5(x-2)^2+30=-5x^2+20x+10$

$x^2-4x-2=0$

$\therefore x=2+\sqrt{6}$ $(\because x>0)$