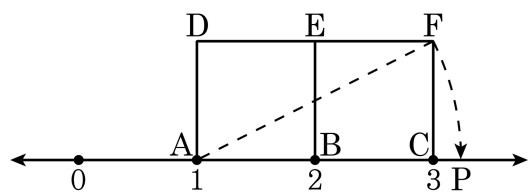


1. 다음 그림에서 $\square ABED$, $\square BCFE$ 는 정사각형이고, 점 P는 A를 중심으로 하고 $\overline{AF}$ 를 반지름으로 하는 원이 수직선과 만나는 교점이라 할 때, 점 P의 좌표를 바르게 나타낸 것은?



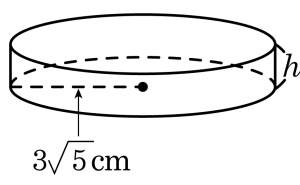
- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $\sqrt{3} - 1$
 ③ $1 + \sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5} - 1$

해설

$$\overline{AF} = \overline{AP} = \sqrt{5}$$

점 P는 점 A(1)에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$ 만큼 더해진 점이므로 좌표는 $1 + \sqrt{5}$ 이다.

2. 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 원기둥의 부피가 $15\sqrt{42}\pi\text{ cm}^3$ 일 때, 이 원기둥의 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{42}\text{ cm}$ ② $\frac{\sqrt{42}}{2}\text{ cm}$ ③ $\frac{\sqrt{42}}{3}\text{ cm}$
 ④ $\sqrt{52}\text{ cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{52}}{3}\text{ cm}$

해설

$$V = \text{밑면이} \times \frac{1}{3}\text{ 높이}$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times (3\sqrt{5})^2 \times h$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times 45 \times h$$

$$\therefore \frac{1}{3}\text{ 높이 } h = \frac{15\sqrt{42}}{45} = \frac{\sqrt{42}}{3}(\text{cm})$$

3. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 를 계산하면?

- ① $4\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{-2\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{-1}=4\sqrt{6}$$

4. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

5. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{(1.4)^2} = \sqrt{1.96} < \sqrt{2} < \sqrt{2.25} = \sqrt{(1.5)^2}$$

$$1.4 < \sqrt{2} < 1.5 \Rightarrow \sqrt{2} = 1.4 \times \dots$$

$$\textcircled{1} \sqrt{2} = 1.4 \times \dots$$

$$\textcircled{2} -0.5$$

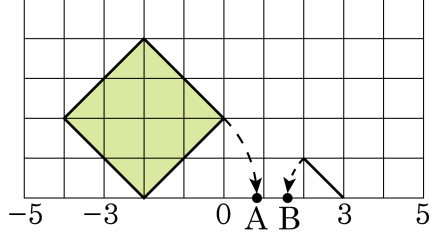
$$\textcircled{3} 1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \dots = -0.4 \times \dots$$

$$\textcircled{4} 2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \dots$$

$$\textcircled{5} 1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \dots$$

$$\therefore \textcircled{2} < \textcircled{3} < \textcircled{1} < \textcircled{5} < \textcircled{4}$$

6. 다음 수직선 위에 대응하는 두 점 A, B 에서 $\frac{B}{A}$ 의 값은? (작은 사각형 하나는 정사각형임)



- ① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$
- ② $\frac{4\sqrt{2}-5}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

해설

$A = -2 + 2\sqrt{2}$, $B = 3 - \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{3 - \sqrt{2}}{-2 + 2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(3 - \sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})}{(-2 + 2\sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})} \\ &= \frac{2\sqrt{2} + 1}{2}\end{aligned}$$

7. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-5x+8)(x^2+5x-2)$

② $(x^2+5x-8)(x^2-5x+2)$

③ $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)$

④ $(x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

⑤ $(x^2+5x+8)(x^2+5x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-8 \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8 \text{ 에서} \\ & x^2+5x=A \text{ 라 하면,} \\ & A^2+10A+16=(A+8)(A+2) \\ & \qquad \qquad \qquad = (x^2+5x+8)(x^2+5x+2) \end{aligned}$$

8. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

9. $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수)

① -2

② 0

③ $\frac{4}{3}$

④ 3

⑤ 2

해설

두 근의 비가 2 : 3 이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.

두 근의 합 $m+2 = 2k+3k$

$$\therefore m = 5k - 2 \cdots \textcircled{1}$$

두 근의 곱 $2m = 2k \times 3k$

$$\therefore 2m = 6k^2 \cdots \textcircled{2}$$

①의 식을 ②에 대입하면

$$5k - 2 = 3k^2$$

$$3k^2 - 5k + 2 = 0$$

$$(3k - 2)(k - 1) = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$$\therefore m = 3$$

10. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

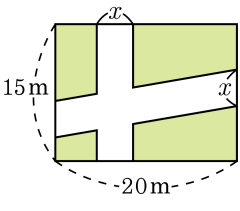
$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

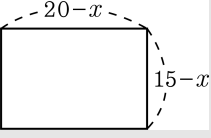
11. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m



해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면
 $(20 - x)(15 - x) = 176$
 $x^2 - 35x + 124 = 0$
 $x = 31$ 또는 $x = 4$
 $x < 15$ 이므로 $x = 4$

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5의 제곱근은 1개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25는 5이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2개이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 0이다.

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

14. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

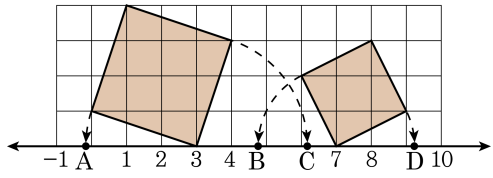
15. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ㉡ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ㉢ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ㉣ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ㉤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ㉡ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ㉢ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ㉣ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ㉤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

16. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

17. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}$, $2\sqrt{3} - 1$, $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{3} - 2$, $6 - \sqrt{3}$

① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

$3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$

$\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$

② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$

$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$

$\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$

$\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$

③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$

$\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$

④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$

음수이므로 제일 왼쪽에 있다.

⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$

$6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$

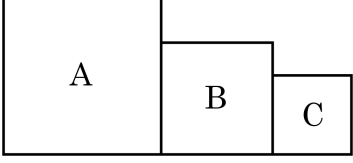
$\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$

①과 ⑤를 비교해 보면

$3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

18. 다음 그림에서 사각형 A, B, C 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 2cm^2 일 때, C 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C 의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ 이다.

19. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{\sqrt{8}}{8}$

③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$

$\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$

소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$$

$$= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4}$$

$$= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16 - 8} = 1$$

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \quad \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \quad \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\therefore f(80) + f(45) = 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6$$

$$= 7\sqrt{5} - 14$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

21. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1.\cdots}{2.\cdots} = 0.\cdots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

22. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

23. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $2\sqrt{3}$

㉡ $3\sqrt{3}$

㉢ $-2\sqrt{3}$

㉣ $-3\sqrt{3}$

㉤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

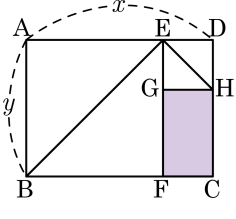
$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

24. 다음 그림과 같이 가로 길이 x , 세로 길이 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x
 ② y
 ③ $x + y$
- ④ $2x - y$
 ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

25. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

26. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

27. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q, 2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1, 2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$

28. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 x , $x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8$, $b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

29. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

30. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$
- ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
- ③ $x^2 + 6x - 4 = 0$
- ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
- ⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

(두 근의 합) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
 $= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6$

(두 근의 곱) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

31. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

- ① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
 $\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
 $xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
 $yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
 $\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
 $= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
 $= -2xy$

32. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
- ③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.
- ④ ab 는 항상 무리수이다.
- ⑤ $b-\sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a = \sqrt{2}-2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b-\sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

33. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

34. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.
 $1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$
(주어진 식)
$$= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle$$
$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$
$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

35. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

- ① $x^2 - x + 1$ ② $x^2 + x - 1$ ③ $x^2 - 2x - 1$
④ $x^2 - x + 3$ ⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21 \\ &= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21 \\ & x^2 - x = A \text{ 로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21 \\ & \quad = A^2 - 8A - 9 \\ & \quad = (A - 9)(A + 1) \\ & \quad = (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

36. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = (A)(B)$ 일 때, $A + B = x^2$ 의 해를 구하면?(단, $x \neq 0$)

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$ ④ $x = 4$ ⑤ $x = 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\&= x^2 - (y - 4)^2 \\&= (x + y - 4)(x - y + 4) \\A + B &= (x + y - 4) + (x - y + 4) = x^2 \text{ 에서} \\x^2 &= 2x \text{ 에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2, \\&\text{조건에서 } x \neq 0 \text{ 이므로, } x = 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

37. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= X \text{로 치환하면} \\x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\&= X^2 - 2X + 1 - X \\&= (X - 1)^2 - X \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\&= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{이므로} \\a &= -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{이거나} \\a &= 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

38. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \ 6ab + 2 = -4, \ a > b$

- ① 1
- ② 4
- ③ 9
- ④ 16
- ⑤ 25

해설

$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \ 6ab + 2 = -4, \ a > b$ 에서

$ab = -1, a^2 + b^2 = 7$

$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9$

$\therefore a - b = 3$

$\therefore (a - b - 1)^2$

$= a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab$

$= 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4$

39. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$$ab = -4 \text{ 를 대입하면 } a + b = 5$$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165 \end{aligned}$$

40. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$

41. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$$x - y = k \text{ 라 하면 } y = x - k$$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

42. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

43. 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 높이가 h cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 늘렸더니 원기둥의 부피가 처음보다 21% 증가했을 때, 늘린 반지름의 길이는?

① 0.1cm

② 0.2cm

③ 0.25cm

④ 0.5cm

⑤ 1cm

해설

반지름의 늘린 길이를 x cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $5^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(5+x)^2\pi h$ cm
부피가 21% 증가했으므로
 $(5+x)^2\pi h = 1.21 \times 5^2\pi h$
 $(5+x)^2 = (1.1 \times 5)^2$
 $x > 0$ 이므로 $5+x = 5.5$
 $\therefore x = 0.5$ (cm)

44. 동서 방향으로 길이가 500 m, 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 x 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8% 가 되도록 할 때, x 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m 로 일정하다.)
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$,
남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$ 이고,
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로
도로의 넓이는 $500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}$, $900x - 2x^2 = 8800$,
 $x^2 - 450x + 4400 = 0$, $(x - 440)(x - 10) = 0$
 $\therefore x = 10$ ($\because 0 < x < 200$)