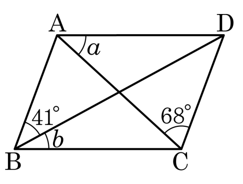
1. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ABD} = 41°$, $\angle\mathrm{ACD} = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle\mathrm{DAC} = \angle a$, $\angle\mathrm{DBC} = \angle b$)



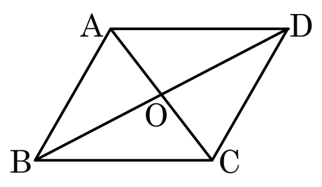
① 60° ② 71° ③ 80°

④ 109° ⑤ 100°

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD} = 68°$ (엇각)
$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{DAC} = \angle a$(엇각)
$\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{DBC} = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

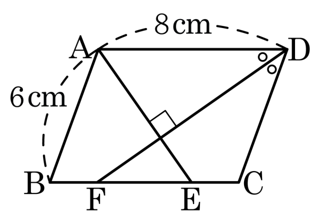


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) ⋯ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설
△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동)이다.

3. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

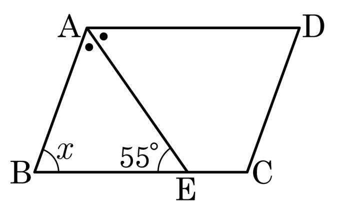


① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm
④ 3.5cm ⑤ 4cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)
$\overline{CD} = \overline{CF} = 6(\text{cm})$
따라서 $\overline{BF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 6\text{cm}$
$\therefore \overline{EF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\bullet = 55°$,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

5. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

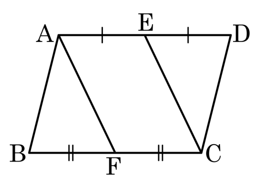
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?

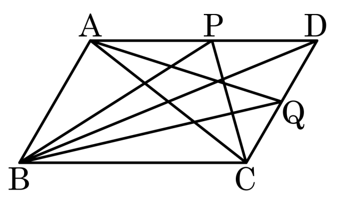


① 평행사변형　② 마름모
③ 직사각형　④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

7. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이다. 이 때, △ACP와 넓이가 같은 삼각형은?



① △ABC ② △ACQ ③ △ABP
④ △PBC ⑤ △PCD

해설

△ACP와 △ABP는 밑변을 공통으로 하고, 높이가 같으므로 넓이가 같다.

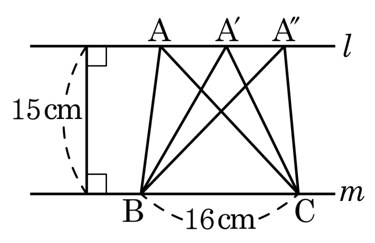
8. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.
② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.
③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.
⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

9. 다음 그림에서 $l /\!/ m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{\mathrm{BC}} = 16\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{A'BC}$, $\triangle\mathrm{A''BC}$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1　　② 1 : 2 : 1　　③ 1 : 2 : 3

④ 2 : 1 : 2　　⑤ 2 : 3 : 1

해설

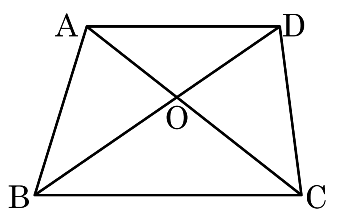
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{A'BC} = \triangle\mathrm{A''BC} = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{A'BC} : \triangle\mathrm{A''BC} = 1 : 1 : 1$

10. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle ABC = 50\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$ 이다. 이 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



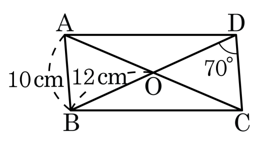
① 25cm^2 ② 35cm^2 ③ 45cm^2
④ 55cm^2 ⑤ 65cm^2

해설

$\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC$

$\therefore\ \triangle OBC = 50 - 15 = 35(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 를 보고, 다음 값 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{CD} = 10\text{cm}$ ② $\angle ABD = 70°$

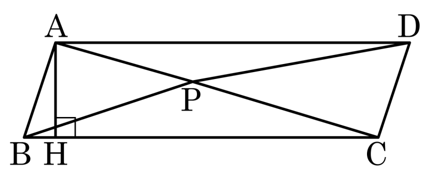
③ $\overline{OD} = 12\text{cm}$ ④ $\overline{BD} = 24\text{cm}$

⑤ $\angle DCB = 120°$

해설

⑤ $\angle DCB$ 는 알 수 없다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 15\mathrm{cm}$, $\triangle PAB + \triangle PCD = 30\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

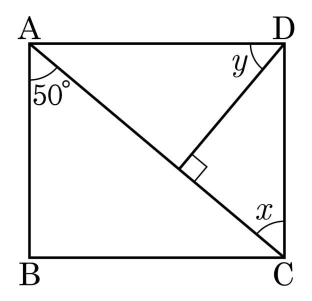


① 2cm　② 4cm　③ 6cm　④ 8cm　⑤ 10cm

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
$\triangle PAB + \triangle PCD = 30\mathrm{cm}^2$ 이므로 평행사변형의 넓이는 $30 \times 2 = (60\mathrm{cm}^2)$ 이다.
가로의 길이 $\overline{AD} = 15\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{AD} \times \overline{AH} = 15 \times \overline{AH} = 60(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
$\therefore\ \overline{AH} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

13. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)

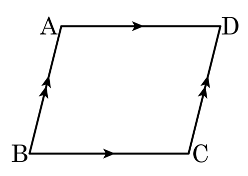


① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x = 50^\circ$ ($\because$ 엇각)
$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$ 따라서 $\angle x + \angle y = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$ 이다.

14. $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사각형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = 90°$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

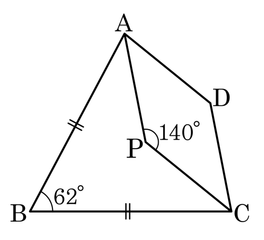
④ 점 M이 $\overline{AD}$ 의 중점일 때, $\overline{MB} = \overline{MC}$

⑤ 점 O가 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
하지만 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.

15. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다.$\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 69°　　② 73°　　③ 76°

④ 79°　　⑤ 82°

해설

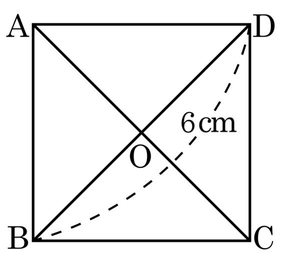
$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 62°) \div 2 = 59°$

$\angle ACD = (180° - 140°) \div 2 = 20°$

$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 79°$

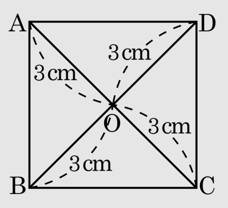
16. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 6cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이는?



① 9cm^2　　② 12cm^2　　③ 18cm^2

④ 24cm^2　　⑤ 36cm^2

해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 4 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

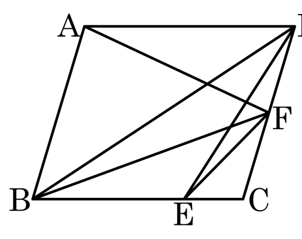
보기

㉠ 등변사다리꼴　㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형　㉣ 마름모
㉤ 정사각형　㉥ 사다리꼴

① ㉠, ㉢　② ㉣, ㉤　③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

18. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

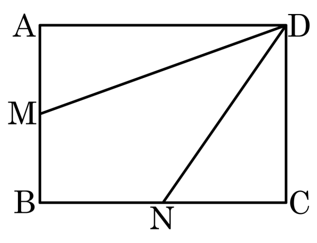


① $\triangle ADF = \triangle BDF$
② $\triangle DBF = \triangle DEF$
③ $\triangle BDE = \triangle BFE$
④ $\triangle ADB = \triangle AFB$
⑤ $\triangle BDE = \triangle EDC$

해설

① ○ $\triangle ADF = \triangle BDF$ ($\overline{DF}$ 가 공통)
② × $\triangle DBF = \triangle DEF$
③ × $\triangle BDE = \triangle BFE$
④ ○ $\triangle ADB = \triangle AFB$ ($\overline{AB}$ 가 공통)
⑤ × $\triangle BDE = \triangle EDC$

19. 직사각형 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 50cm^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하면?

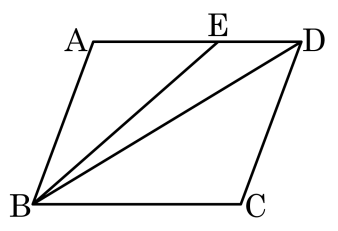


① $12.5cm^2$　② $20cm^2$　③ $25cm^2$
④ $27.5cm^2$　⑤ $30cm^2$

해설

점 M, N 이 모두 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\square MBND = \frac{1}{2}\square ABCD = 25cm^2$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3 : 2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



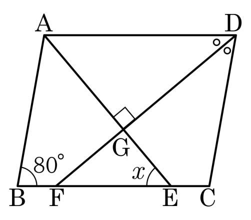
① 10cm^2
② 12cm^2
③ 15cm^2
④ 20cm^2
⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \frac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 $\overline{DF}$ 에 내린 수선이 $\overline{DF}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 G, E 라 한다. $\angle B = 80°$ 일 때, $\angle x = \boxed{}°$ 이다. $\boxed{}$의 값은?

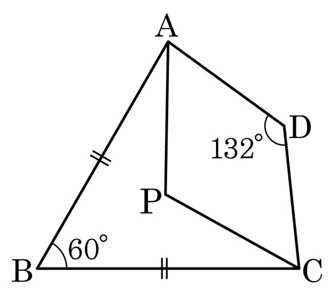


① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D = 80°$ 이다.
$\angle ADF = \angle CDF = \angle \frac{D}{2} = 40°$ 이고,
$\angle AGD = \angle FGE = 90°$
$\therefore \angle x = 180° - (90° + 40°) = 50°$

22. 다음 그림에서 □APCD는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$일 때, $\angle BAD$의 크기를 구하여라.



① $84°$ ② $89°$ ③ $91°$ ④ $93°$ ⑤ $95°$

해설

$\overline{AC}$를 그으면
$\angle DAC = (180° - 132°) \div 2 = 24°$
$\angle BAC = (180° - 60°) \div 2 = 60°$
$\therefore\ \angle BAD = 60° + 24° = 84°$

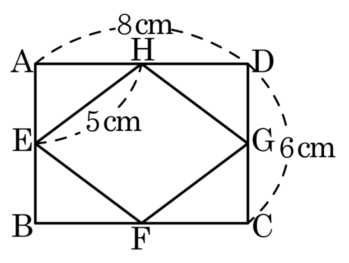
23. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 직교한다.
③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

24. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EH}//\overline{FG}$

② $\overline{EF}=5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

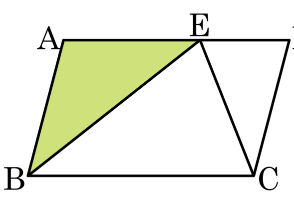
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

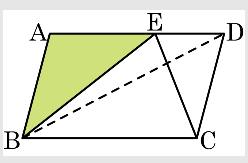
$(6\times 8)-4\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)=48-24=24(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이고 $\square ABCD = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABE$의 넓이는?



① 18cm^2　② 22cm^2　③ 26cm^2
④ 30cm^2　⑤ 34cm^2

해설



$\triangle BEC = \triangle BDC = \frac{1}{2}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$
$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle BEC = 60 - 30 = 30(\text{cm}^2)$
또, $\triangle ABE : \triangle DCE = 3 : 2$이므로
$\triangle ABE = \frac{3}{5} \times 30 = 18(\text{cm}^2)$