

1. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m + n = -1 - 2 = -3$$

2. 함수 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 1, 4 사분면

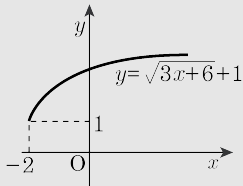
④ 제 1, 2, 3 사분면

⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

$$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



따라서 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

3. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 이고,
함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 에 대하여 $f(2) = -1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의
정의역과 치역을 차례로 구하면?

- ① $\{x \mid x \leq -3\}, \{y \mid y \geq 1\}$
② $\{x \mid x \geq -2\}, \{y \mid y \geq -3\}$
③ $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}, \{y \mid y \leq -2\}$
④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq -1\}$
⑤ $\{x \mid x \geq 2\}, \{y \mid y \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-1} = -\frac{5}{x-1} + 2 \text{ 이므로 점근선의 방정식은 } x = 1, \\ y = 2$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + c \text{ 에서 } f(2) = -1 \text{ 이므로}$$

$$-1 = 2 + c \quad \therefore c = -3$$

$$\text{즉, } f(x) = \sqrt{x+2} - 3 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$ 이다.

4. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}$

② $y = \sqrt{2x+4} - 3$

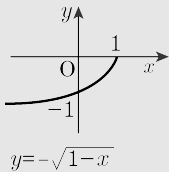
③ $y = -\sqrt{2x+3} + 3$

④ $y = \sqrt{1-4x} + 5$

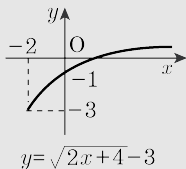
⑤ $y = -\sqrt{6-2x} - 1$

해설

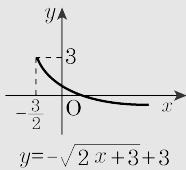
① 제 3, 4 사분면을 지난다.



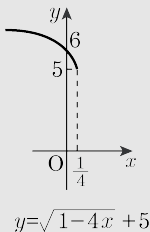
② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



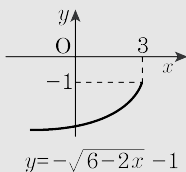
③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



④ 제 1, 2 사분면을 지난다.



⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

5. 함수 $y = \sqrt{2x+6} + 1$ 의 그래프의 설명 중 옳지 않은 것을 나열하면?

㉠ $y = \sqrt{2x}$ 를 평행이동한 것이다.

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 를 대칭이동한 것이다.

㉢ 정의역 : $\{x \mid x \geq 3 \text{인 실수}\}$

㉤ 치역 : $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡

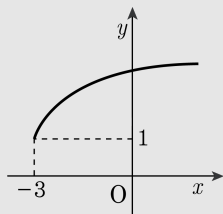
③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉤

해설

$y = \sqrt{2(x+3)} + 1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



㉠ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

∴ 참

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

∴ 거짓

㉢ 정의역은 $\{x \mid x \geq -3 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 거짓

㉤ 치역은 $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 참

6. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

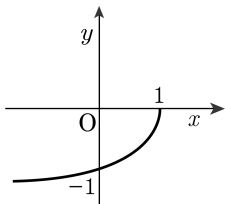
① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1,0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1$, $c = 0$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고

주어진 그래프가 점(0,-1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

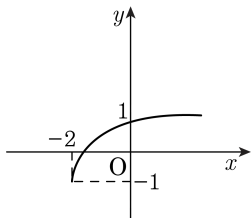
양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$, $c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0=0$$

7. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼

평행이동 시킨 것이므로 $b = 2, c = -1$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1 \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

8. 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x + k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{3}{2} < k < 2$

② $\frac{3}{2} \leq k < 2$

③ $\frac{3}{2} \leq k \leq 2$

④ $\frac{3}{2} < k \leq 2$

⑤ $1 \leq k < 2$

해설

(i) 두 그래프가 접할 때, $\sqrt{2x+3} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 3 = 0$$

이것이 중근을 가지므로

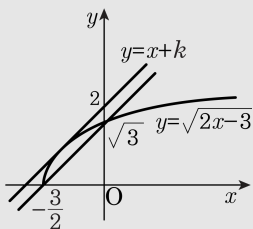
$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 - 3) = -2k + 4 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

(ii) 직선 $y = x + k$ 가 점 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지날때

$$0 = -\frac{3}{2} + k$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}$$



(i), (ii) 와 위의 그림으로부터 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 k 값의 범위는

$$\frac{3}{2} \leq k < 2$$

9. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

10. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$, $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

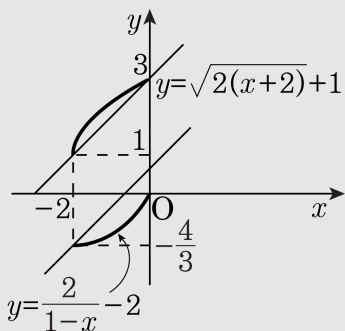
④ 3

⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
 아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$$

11. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면

$0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로

주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

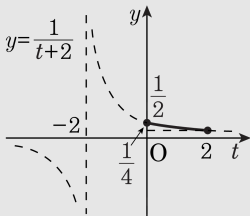
따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때

최댓값은 $\frac{1}{2}$,

$t = 2$ 일 때

최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로

구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



12. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-2, -2)$

⑤ $(1, 1), (-2, -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

13. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{4-x}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = mx + 1, m \text{ 은 실수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $-\frac{1}{2} \leq m < 0$

② $-\frac{1}{3} \leq m < 0$

③ $-\frac{1}{4} \leq m < 0$

④ $-\frac{1}{5} \leq m < 0$

⑤ $-\frac{1}{6} \leq m < 0$

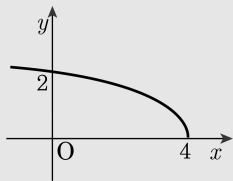
해설

$y = \sqrt{4-x}$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.

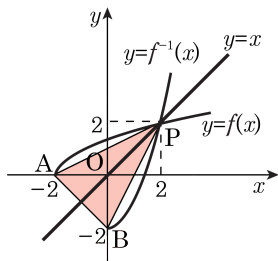
직선 $y = mx + 1$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지나고
교점이 두 개이기 위해서는 $m < 0$ 이고
직선이 점 $(4, 0)$ 을 지날 때가 최소이므로

$$m = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore -\frac{1}{4} \leq m < 0$$



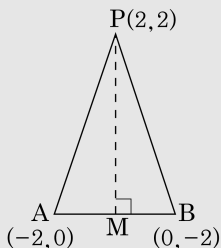
14. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점을 A, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하면?



- ① 5 ② 6 ③ $4\sqrt{2}$
 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$
 y 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$
 따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$ 이고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$
 이때, $y = f(x)$ 와
 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의
 교점과 같다.



$$\sqrt{x+2} = x, \quad x+2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0,$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\therefore x = 2, \quad y = 2 (\because x > 0)$$

$$\therefore P(2, 2)$$

$\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 $M(-1, -1)$

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} \perp \overline{PM}$ 이다.

$$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

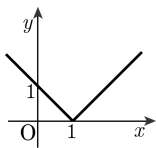
$$\overline{PM} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이를 S라 하면

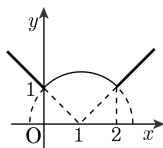
$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

15. 함수 $y = \sqrt{1 + |2x - x^2|}$ 의 그래프는 ?

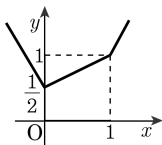
①



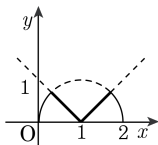
②



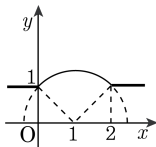
③



④



⑤



해설

(i) $2x - x^2 \geq 0$

즉, $x^2 - 2x \leq 0$ 일 때,

$0 \leq x \leq 2$

이 때, $y = \sqrt{1 + 2x - x^2}$ 의 양변을 제곱하면,

$y^2 = 1 + 2x - x^2 \quad (y \geq 0)$

$(x - 1)^2 + y^2 = 2 \quad (y \geq 0) \dots\dots\dots \textcircled{\Gamma}$

(ii) $2x - x^2 < 0$ 즉, $x^2 - 2x > 0$ 일 때,

$x < 0$ 또는 $x > 2$

이 때,

$y = \sqrt{1 - 2x + x^2}$

$= \sqrt{(x - 1)^2}$

$= |x - 1| \dots\dots\dots \textcircled{\Delta}$

(i), (ii)에서 구하는 그래프는 다음 그림과 같다.

