

1. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = x^2 + x - x^2$

② $y = 0 \cdot x^2 + 3$

③ $y = x^2(-x^2 + 4x + 5)$

④ $y = x^2 + x + 3 - 2x^2$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$

해설

① $y = x^2 + x - x^2 = x$ 이므로 일차함수이다.

② $y = 0 \cdot x^2 + 3 = 3$ 이므로 상수함수이다.

③ $y = x^2 + (-x^2 + 4x + 5) = 4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$ 는 분수함수이다.

2. 관계식 $y = x^2 + ax + 2$ 인 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 $f(1) = 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$5 = 1 + a + 2, a = 2$$

$$y = x^2 + 2x + 2$$

$$\therefore f(2) = 4 + 4 + 2 = 10$$

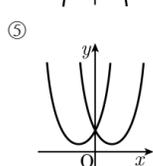
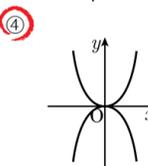
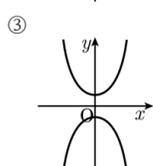
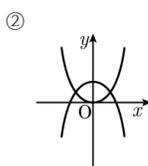
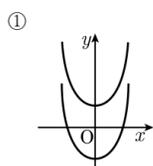
3. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프 위에 있는 점은?

- ① $(1, \frac{3}{4})$ ② $(-2, 3)$ ③ $(2, -3)$
④ $(3, \frac{27}{4})$ ⑤ $(-4, 12)$

해설

- ① $x = 1$ 일 때, $y = -\frac{3}{4}$ 이다.
② $x = -2$ 일 때, $y = -3$ 이다.
④ $x = 3$ 일 때, $y = -\frac{27}{4}$ 이다.
⑤ $x = -4$ 일 때, $y = -12$ 이다.

4. x 축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은?



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

5. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y = -\frac{2}{3}x^2$	㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = \frac{5}{2}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉣이다.
- ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉣이다.
- ④ ㉤ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉤의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥이다.
- ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
- ④ ㉤ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x+2)^2 + 4$

② $y = -2(x+3)^2 + 3$

③ $y = 2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -2(x-1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x+3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x+1+2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x+3)^2 + 3$$

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -2x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

8. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3 + 2k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k < -\frac{23}{2}$ 또는 $k < -11.5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 20x + 3 + 2k \\ &= -5(x-2)^2 + 23 + 2k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $23 + 2k < 0$, $2k < -23$, $k < -\frac{23}{2}$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

10. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x-3)(x-1)$

② $y = -2(x+3)(x-1)$

③ $y = 2(x+3)(x-1)$

④ $y = -2(x-3)(x-1)$

⑤ $y = -2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로

$y = a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면

$$10 = a(2+3)(2-1)$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x+3)(x-1)$$

11. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

12. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(3, -9)$ 를 지난다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

13. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $(-2, 2)$ 를 지난다.
- ② 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ $y = 2x^2$ 의 그래프 보다 폭이 좁다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭이다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축 대칭이다.

해설

- ① $(-2, 2)$ 를 대입하면 성립하지 않는다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다
- ⑤ $y = -x^2$ 과 x 축에 대해 대칭이다.

14. 이차함수 $y = 3(x+2)^2$ 의 그래프는 $y = 3(x-3)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = 3(x-3)^2 = 3(x+2+(-5))^2$$

15. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

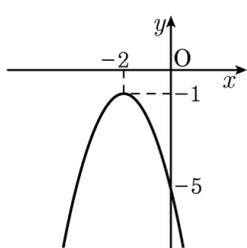
▷ 정답: $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

16. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x-2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x+2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+2)^2 - 1$$

따라서 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

17. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -11) 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

18. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시키면, $y = 3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프가 될 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시키면

$y = 3(x - a) + b$ 이고,

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6x - 1 \\ &= 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= 3(x + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

이므로 $a = -1$, $b = -4$

$\therefore a - b = 3$

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

21. 포물선 $y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $x^2 - 20x + 19 = 0$ 의 근과 같다.

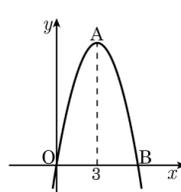
$$x^2 - 20x + 19 = 0,$$

$$(x - 1)(x - 19) = 0,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 19,$$

$$\therefore \overline{AB} = 19 - 1 = 18$$

22. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
 $b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6, 0)$ 이다.

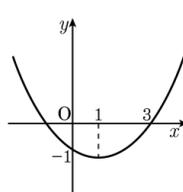
$y = -(x - 3)^2 + q$ 에서 점 $(6, 0)$ 을 지나므로

$0 = -(6 - 3)^2 + q$, $q = 9$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$

$b = 6$, $c = 0$ $\therefore b - c = 6$

23. 다음 그림과 같은 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점 $(3, 0)$, $(0, -1)$ 을 지나므로

$$0 = 4a + q \cdots \textcircled{A}$$

$$-1 = a + q \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 를 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{3}, q = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{4}{3}$$

$$\therefore a + p + q = \frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{3} = 0$$

24. 이차함수 $y = -2(x-1)(x-3)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}y &= -2(x-1)(x-3) \\ &= -2(x^2 - 4x + 3) \\ &= -2x^2 + 8x - 6 \\ &= -2(x-2)^2 + 2 \\ x &= 2 \text{ 일 때, 최댓값은 } 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

25. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 162cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162cm^2

26. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

27. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)\text{cm}$,
 늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 48 \\ &= -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

28. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \frac{1}{2}$$

$$|a| < 2$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

29. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

30. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

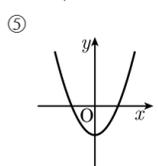
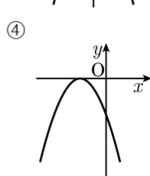
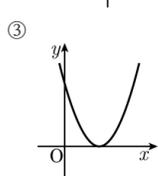
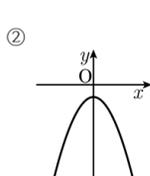
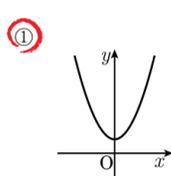
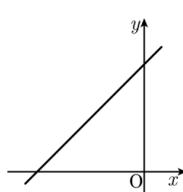
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

31. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$ 이다.

32. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

33. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

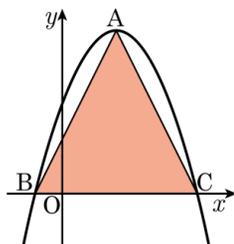
34. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

- ① $a < -\frac{4}{3}$ ② $a \leq -\frac{4}{3}$ ③ $a < \frac{3}{4}$
④ $a \leq -\frac{3}{4}$ ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
 $a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
 $a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
 $4a + 3 \leq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

35. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 (-1, 0) 이고, C 의 좌표는 (5, 0) 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 (5, 0) 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

37. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.
- ㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

38. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x+1)(x-3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4+1)(4-3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

39. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$y = a(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x-1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

40. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 10 ② 24 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned}y &= 10 - x \\x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

42. $f(2) = 16$, $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16) = \frac{a}{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 149

해설

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서 } x = 2 \text{ 를 대입하면 } f(2) = f(16) \times 4$$

$$\therefore f(16) = 4$$

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서}$$

$$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \text{ 이고}$$

$$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$f(-x) = f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) \\ = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4)$$

이 식에 $x = 16$ 을 대입하면

$$f(-16) = \frac{4}{(-284)} \times (-220) = \frac{220}{71} \text{ 이다.}$$

$$a = 220, b = 71$$

따라서 $a - b = 149$ 이다.

43. 다음 보기 중 이차함수에 대한 설명이 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ㉡ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 좁아진다.
- ㉣ $y = -x^2$ 에서 $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ㉤ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉣

③ ㉠,㉡,㉤

④ ㉡,㉣,㉤

⑤ ㉡,㉣,㉤

해설

- ㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 은 $x = 0$ 을 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
 - ㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡,㉣,㉤이다.

44. 두 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 이 성립할 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 에서 $x^2 = -3y^2 + 12y - 9$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (-3y^2 + 12y - 9) + y^2 \\ &= -2y^2 + 12y - 9 \\ &= -2(y-3)^2 + 9\end{aligned}$$

그런데 x, y 는 실수이므로

$$x^2 = -3y^2 + 12y - 9 \geq 0$$

$-3y^2 + 12y - 9 \geq 0, y^2 - 4y + 3 \leq 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 3$ 이다.

따라서 $x^2 + y^2$ 는 $y = 1$ 일 때 최솟값이 1, $y = 3$ 일 때 최댓값이 9 이므로 구하는 값은 $1 + 9 = 10$ 이다.

45. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a+b+p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

- ① 12 ② 0 ③ -18 ④ 42 ⑤ -14

해설

$$y = 2(x+p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1+p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p+4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x-4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

46. 이차함수 $y = x^2 - px + p^2 - 2p + 5$ 의 최솟값을 k 이라 할 때, k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{3}$

해설

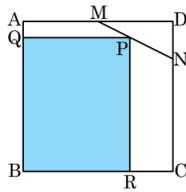
$$\begin{aligned}y &= x^2 - px + p^2 - 2p + 5 \\&= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + p^2 - 2p + 5 \\&= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}k &= \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5 \\&= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} + 5 \\&= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{11}{3}\end{aligned}$$

따라서 $p = \frac{4}{3}$ 일 때, 최솟값 $\frac{11}{3}$ 을 갖는다.

47. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 변 AD의 중점을 M, 변 CD의 사등분점 중 D에 가장 가까운 점을 N이라 하고, 선분 MN 위의 한 점 P에서 변 AB, BC에 내린 수선을 발을 각각 Q, R라 하자. 직사각형 BRPQ의 넓이가 최대가 될 때, \overline{PR} 의 길이를 구하여라.

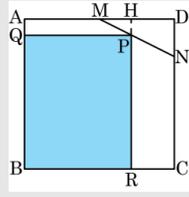


▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{PR} = x$ 라 하고, 점 P에서 변 AD에 선분 PR의 연장선을 긋고, 점 H라 하자.



$$\overline{HP} = 4 - x$$

$$\overline{HP} : \overline{DN} = \overline{MH} : \overline{MD}$$

$$(4 - x) : 1 = \overline{MH} : 2$$

$$\therefore \overline{MH} = 8 - 2x$$

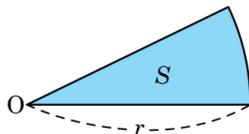
$$\therefore \square BRPQ = x(10 - 2x) = -2x^2 + 10x$$

함수 $f(x) = -2x^2 + 10x$ 의 최댓값은 $3 \leq x \leq 4$ 이므로

$\therefore x = 3$ 일 때, 최댓값 12를 갖는다.

따라서 $\overline{PR} = 3$ 이다.

48. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 r cm 일 때, 넓이를 S cm² 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하라.)



- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

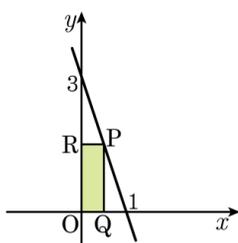
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12 - 2r)$ cm 이다.

$$\begin{aligned} \text{(부채꼴의 넓이)} &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

따라서 $r = 3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

49. 직선 $y = -3x + 3$ 위의 제 1 사분면에 있는 한 점 P에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그 발을 각각 Q, R이라 할 때, 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은?

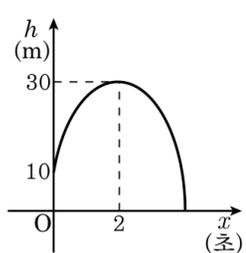


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-3x + 3) \quad (0 < x < 1) \\
 &= -3x^2 + 3x \\
 &= -3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\
 x &= \frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

50. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초 ② $(\sqrt{6}-2)$ 초 ③ $(2+\sqrt{6})$ 초
 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$y = a(x-2)^2 + 30$ 이고, $(0, 10)$ 을 지난다.

$$10 = 4a + 30$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > 0)$$