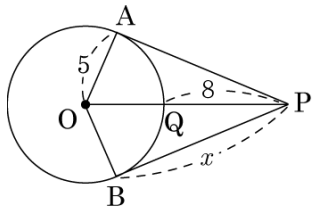


1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. 이 때, x 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11

④ 12 ⑤ 13



해설

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

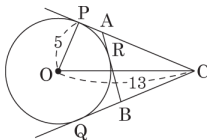
$$\overline{AO} = 5 \text{ 이므로 } \overline{PO} = 13$$

$$\angle A = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \quad \therefore \overline{PB} = 12$$

2. 다음 그림에서 $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$, $\overline{AB}$ 는 반지름이 5 인 원 O 의 접선이고 점 P, R, Q 는 접점이다.

$\overline{OP} = 5$, $\overline{OC} = 13$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 12

② 16

③ 18

④ 24

⑤ 28

해설

$\triangle OCP$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{PC} = 12$

접선의 길이는 같으므로 $\overline{PA} = \overline{AR}$, $\overline{QB} = \overline{BR}$

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

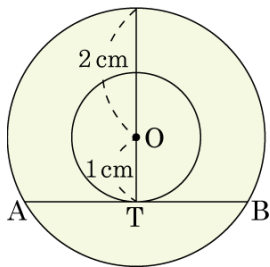
$$= \overline{AR} + \overline{BR} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{PA} + \overline{QB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{PC} + \overline{QC}$$

$$= 24$$

3. 다음 그림과 같이 원 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 2cm, 1cm인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 2 cm

② $2\sqrt{2}$ cm

③ $2\sqrt{3}$ cm

④ 4 cm

⑤ $4\sqrt{3}$ cm

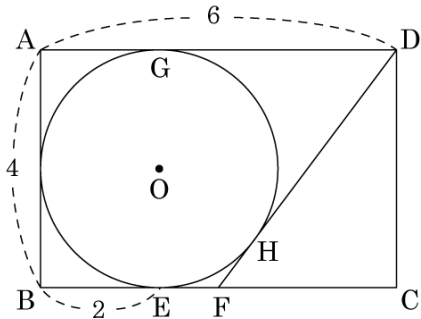
해설

$$\overline{OA} = 2 \text{ cm}, \overline{OT} = 1 \text{ cm}$$

$$\overline{AT} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DF}$ 가 원의 접선이고 세 점 E, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AG}$ 의 길이는 2 이다.
- ② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 4 이다.
- ③ $\overline{EF} = 1$ 이다.
- ④ $\overline{CF} = 4$ 이다.
- ⑤ $\triangle CDF$ 의 넓이는 6 이다.

해설

③ $\overline{EF} = x$ 라 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는

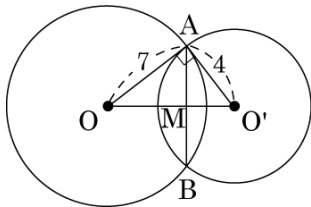
$\overline{CF} = (4 - x)$, $\overline{DF} = (4 + x)$ 이므로 피타고라스의 성질에 의해
 $(4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2$

$$\therefore x = 1$$

$$\textcircled{4} \overline{CF} = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

5. 다음 그림에서 두 원 O, O'의 중심을 연결한 선분과 공통현 AB가 점 M에서 만나고 $\overline{OA} = 7$, $\overline{AO'} = 4$, $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB의 길이는?



① 8

② $2\sqrt{21}$

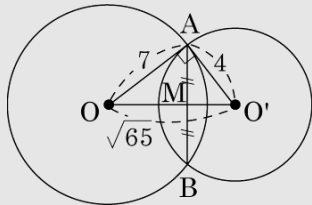
③ $56\sqrt{21}$

④ $\frac{56\sqrt{65}}{65}$

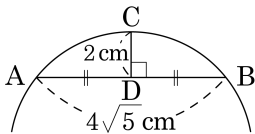
⑤ $\frac{80\sqrt{89}}{89}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{OO'} &= \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}, \\ \overline{AB} &\perp \overline{OO'}, \overline{AM} = \overline{BM} \\ \triangle AOO' \text{ 에서 } \sqrt{65} \times \overline{AM} &= 4 \times 7 \\ \overline{AM} &= \frac{28\sqrt{65}}{65} \\ \therefore \overline{AB} &= \frac{28\sqrt{65}}{65} \times 2 = \frac{56\sqrt{65}}{65}\end{aligned}$$



6. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



① 5cm

② $5\sqrt{5}\text{cm}$

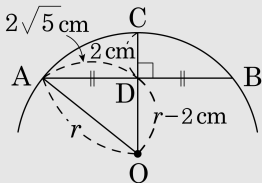
③ 6cm

④ $6\sqrt{2}\text{cm}$

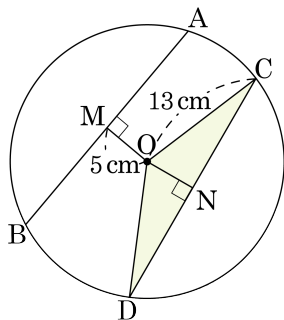
⑤ 7cm

해설

원의 중심을 O 라 하면 $\overline{OC}$ 는 원의 반지름이므로 $r\text{cm}$ 이라 하면,
 $\overline{OA}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{OD}^2$ 이므로
 $r^2 = (r-2)^2 + (2\sqrt{5})^2$, $4r = 24$
 $\therefore r = 6$



7. 다음 그림의 원 O에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
 ④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

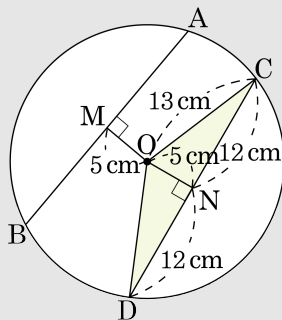
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

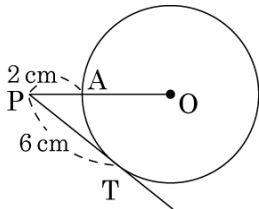
또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



8. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 6\text{ cm}$, $\overline{PA} = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?

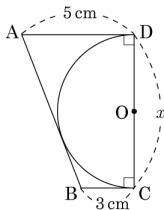
- ① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 12 cm



해설

$$\begin{aligned}\overline{AO} &= \overline{TO} = r \text{ 이라 하면,} \\ \overline{OP}^2 &= \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2 \text{ 에 의하여} \\ (r + 2)^2 &= 36 + r^2 \therefore r = 8\end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선일 때, x 의 값은?



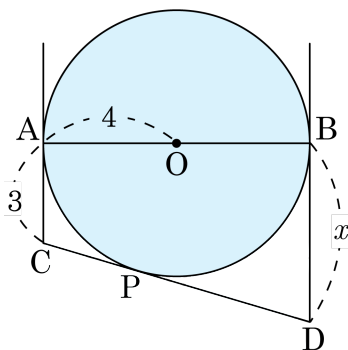
- ① $\sqrt{5}\text{cm}$ ② $2\sqrt{5}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{10}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{15}\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{15}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = 5 + 3 = 8$ 이고 점 B 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = 5 - 3 = 2$ 이다.

$\overline{BH} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$ 이다. 따라서 $\overline{CD} = \overline{BH} = 2\sqrt{15}$
 이므로 x 는 $2\sqrt{15}(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림에서 세 점 A, B, P 는 원 O 의 접점이다. 이 때, x 값은?



① 5

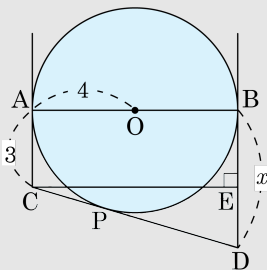
② $\frac{16}{3}$

③ $\frac{17}{3}$

④ 6

⑤ $\frac{19}{3}$

해설



그림과 같이 $\overline{CE} \perp \overline{BD}$ 인 점 E 를 잡으면

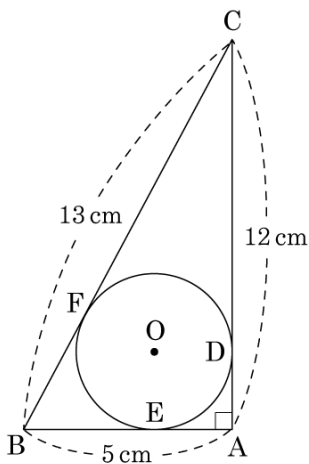
$$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{DE}^2$$

$$(x+3)^2 = 8^2 + (x-3)^2$$

$$12x = 64$$

$$\therefore x = \frac{16}{3}$$

11. 다음 그림을 보고 내접원 O의 반지름 x 를 바르게 구한 것은?



- ① 0.5 cm ② 1 cm ③ 1.7 cm
 ④ 2 cm ⑤ 3 cm

해설

$\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{AE} = \overline{AD} = x$ 라고 하면

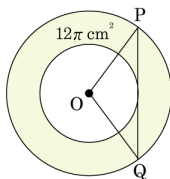
$\overline{CF} = \overline{CD} = 12 - x$

$\overline{BF} = \overline{BE} = 5 - x$

$\overline{CB} = \overline{CF} + \overline{BF}$ 이므로

$13 = (12 - x) + (5 - x) \quad \therefore x = 2 \text{ (cm)}$

12. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$

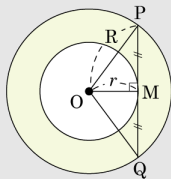
② $4\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이) = 12π 이다.

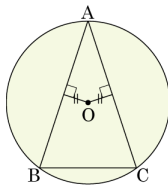
$$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi, \quad R^2 - r^2 = 12$$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{PM}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$$\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$$

13. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi, \angle BAC = 20^\circ$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC}$ 의 길이는?



① 18π

② 22π

③ 25π

④ 30π

⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$$\angle A = 20^\circ \text{ 이므로 } \angle ABC = 80^\circ$$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$$

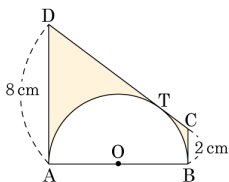
$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AB} = 20\pi$$

$$5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 5.0\text{pt}\widehat{AB} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} \text{ 이므로}$$

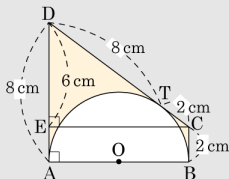
$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

14. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T를 지나는 접선이 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(40 - 8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40 + 8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80 - 8\pi)\text{cm}^2$
 ④ $(40 - 4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80 - 16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 $\square ABCD$ 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서 $\overline{DC} = 10\text{ cm}$, $\overline{DE} = 6\text{ cm}$ 이므로 $\overline{CE} = 8\text{ cm}$

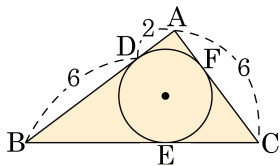
$$\text{따라서 } \square ABCD = (8 + 2) \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(\text{cm})$$

$\overline{AB} = \overline{CE} = 8\text{ cm}$ 이므로 반원의 반지름은 4 cm

$$\text{따라서 (반원의 넓이)} = \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = (40 - 8\pi)\text{cm}^2$$

15. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18

- ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

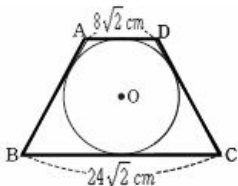
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로
이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

16. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



① $69\pi\text{cm}^2$

② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$

③ $96\pi\text{cm}^2$

④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$

⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

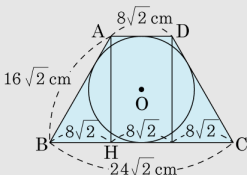
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

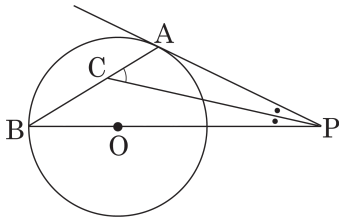
$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \text{원의반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

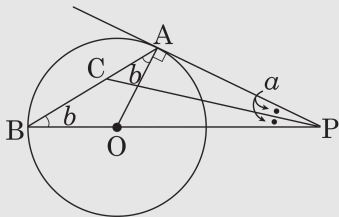
④ 50°

⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



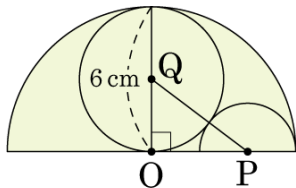
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

18. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 6cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



① 1 cm

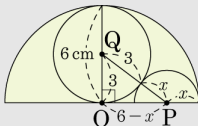
② 2 cm

③ 2.5 cm

④ 3 cm

⑤ 4 cm

해설



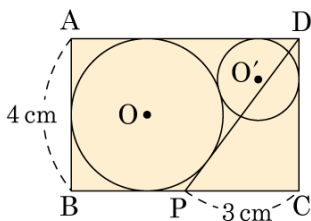
작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

$$\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$$

$$\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$$

$$\therefore x = 2$$

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD가 원 O에 외접하고 원 O'은 원 O에 접하고, 변 AD, CD에 접한다. 원 O'의 반지름은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

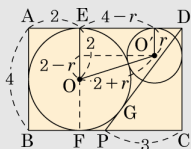
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



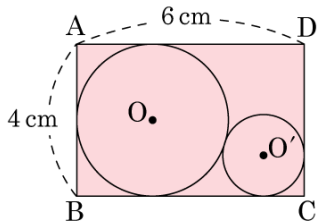
원 O'의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$$

20. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

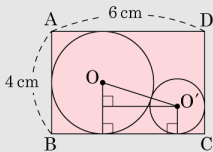
② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

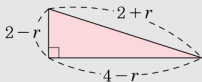
④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$

⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$