

1.  $2^a = 8$ ,  $6^2 = b$  를 만족하는 자연수  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 3$

▷ 정답 :  $b = 36$

해설

$2^1 = 2$ ,  $2^2 = 2 \times 2 = 4$ ,  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  이므로  $a = 3$  이다.  
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$  이므로  $b = 36$  이다.

2. 다음 소인수분해한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

①  $24 = 2^3 \times 3$

②  $36 = 2^2 \times 9$

③  $42 = 2 \times 3 \times 7$

④  $88 = 2 \times 4 \times 11$

⑤  $160 = 2^4 \times 5^2$

해설

②  $36 = 2^2 \times 3^2$

④  $88 = 2^3 \times 11$

⑤  $160 = 2^5 \times 5$

3. 다음 중  $2^4 \times 3^2 \times 5^3$  의 소인수를 모두 구한 것은?

- ① 2, 3, 5
- ② 2, 3
- ③ 2
- ④ 3, 5
- ⑤  $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$  이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

4. 288 을 어떤 수  $x$  로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수  $x$  를 구하면?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 6                      ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$   
가장 작은 자연수  $x$  는 2이다.

5. 28 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 24

② 70

③ 49

④ 72

⑤ 63

해설

$28 = 2^2 \times 7$  이므로

약수의 개수는  $(2+1) \times (1+1) = 6$  개

①  $24 = 2^3 \times 3$  이므로  $4 \times 2 = 8$  (개)

②  $70 = 2 \times 5 \times 7$  이므로  $2 \times 2 \times 2 = 8$  (개)

③  $49 = 7^2$  이므로 3 (개)

④  $72 = 2^3 \times 3^2$  이므로  $4 \times 3 = 12$  (개)

⑤  $63 = 3^2 \times 7$  이므로  $3 \times 2 = 6$  (개)

6. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

7. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가  $p$ , 일의 자리의 숫자가  $q$  인 수가 소수이면  $pq$  도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤  $p \times q$  의 약수가 1,  $p$ ,  $q$ ,  $p \times q$  이므로 소수가 아니다.

8.  $x$ 는  $3^7 \times 5^4$ 의 약수 중에서  $a^2$ 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때,  $x$ 값의 개수를 구하여라. (단,  $a$ 는 자연수)

▶ 답 :                        개

▷ 정답 : 12개

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중  $(\text{자연수})^2$ 이 되는 수는  
1,  $3^2$ ,  $(3^2)^2$ ,  $(3^3)^2$ ,  $5^2$ ,  $(5^2)^2$ ,  $(3 \times 5)^2$ ,  
 $(3 \times 5^2)^2$ ,  $(3^2 \times 5)^2$ ,  $(3^2 \times 5^2)^2$ ,  $(3^3 \times 5)^2$ ,  
 $(3^3 \times 5^2)^2$ 이다.  
∴ 12개이다.

9.  $A$ 가 12의 약수의 모임이고,  $B$ 가 어떤 수의 약수의 모임이다.  $A$ 와  $B$ 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개      ② 7 개      ③ 8 개      ④ 9 개      ⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12와 어떤 수의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

어떤 수는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로  
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
- ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
- ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
- ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
- ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{7 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

∴ 최소공배수는  $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

11. 두 자연수  $12 \times x$ ,  $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 18 \times x = 2^2 \times 3 \times x \\ 18 \times x = 2 \times 3^2 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1} \end{array}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

12. 초콜릿 18 개와 젤리 24 개를 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다.  
몇 명의 학생들에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 6명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 18 과 24 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 학생들에게 나누어 준다고 하였으므로 18 과 24 의 최대공약수이어야 한다

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 24} \\ 3 \overline{) \quad 9 \quad 12} \\ \hline \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{명}$$

13. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?
- ① 120cm, 1800 개

② 120cm, 3000 개

③ 200cm, 3600 개

④ 240cm, 3600 개

⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.  
한 모서리의 길이는 240cm 이고,  
필요한 벽돌의 개수는  
 $(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600$  (개)  
이다.

14.  $\frac{12}{7}$ ,  $\frac{36}{5}$ ,  $\frac{15}{4}$  의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{10}{3}$       ③  $\frac{100}{3}$       ④  $\frac{120}{3}$       ⑤  $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는  $\frac{140}{3}$  이다.

15. 두 수  $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ , 60 의 공약수들의 합은?

- ① 28      ② 35      ③ 48      ④ 51      ⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$  과  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$  의 최대공약수는  $2^2 \times 3$  따라서 두 수의 공약수는  $2^2 \times 3$  의 약수이다.  
주어진 두 수의 공약수의 합은  $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$

16. 어떤 자연수를 5, 6, 8 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

① 120      ② 121      ③ 122      ④ 123      ⑤ 125

해설

어떤 자연수를  $x$  라 하면  $x - 2$  는 5, 6, 8 의 공배수이다.  
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이므로  $x - 2$  는 120, 240, 360, ... 이다.  
 $x = 122, 242, 362, \dots$  그러므로 가장 작은 수는 122

17. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87      ② 99      ③ 175      ④ 183      ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$  이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고,  
두 자리 수이므로  $11 \times 2^3 = 88$  과  $11 \times 3^2 = 99$  가 된다.  
 $\therefore 88 + 99 = 187$

18.  $ab = 250$  이고,  $a, b$  의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍  $(a, b)$  의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                           개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$  이라 두면,  
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$  ,  
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$   
 $\therefore$  (순서쌍  $(a, b)$  의 개수) = 4 (개)

19. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :                      4   개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)<sup>2</sup> 이므로  
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 2<sup>2</sup>, 3<sup>2</sup>, 5<sup>2</sup>, 7<sup>2</sup> 의 4 개

20. 50 보다 큰 두 자리의 자연수  $A$  와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수  $A$  는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 5 개

해설

$50 < A < 99$  이고 7 의 배수이다.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{)A \ 21} \\ a \ 3 \end{array}$$

그런데,  $a$  는 3 의 배수가 되면 안되므로

A는 50보다 큰 7의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98중 3의 배수를 제외하면 5개이다.

∴ 5 개