

1. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 값은?

- ① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $\pm 3\sqrt{3}$
④ $\pm 3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\&= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a+b+c = \pm 3\sqrt{3}$$

2. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$
② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$
④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$
⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
 $a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$a\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$$

3. 두 점 A(-1, -2), B(2, 4)에 대하여 \overline{AB} 를 1 : 2로 내분하는 점을 P, 1 : 2로 외분하는 점을 Q라고 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하면?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{1 \times 2 + 2 \times (-1)}{3}, \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{3} \right) = (0, 0)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-1)}{1-2}, \frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1-2} \right) = (-4, -8)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

4. 직선 $y = mx + n$ ($m \neq 0$) 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

$\textcircled{1} \textcircled{\times}$	$\textcircled{2} \textcircled{\times}$	$\textcircled{3} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$
$\textcircled{4} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$	$\textcircled{5} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$	

$\textcircled{1} \textcircled{\times}$

$\textcircled{2} \textcircled{\times}$

$\textcircled{3} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$

$\textcircled{4} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$

$\textcircled{5} \textcircled{\times}, \textcircled{\times}, \textcircled{\times}$

해설

$$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$$

$$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{I) } \textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$$

$$\therefore a + bm = 0$$

$$\text{II) } \textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left(-\frac{p}{q} \right) = -1$$

$$\therefore mp - q = 0$$

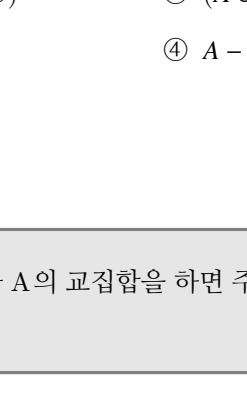
5. 집합 {2, 3, 4, 5} 의 부분집합의 개수는?

- ① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$$2^4 = 16 \text{ (개)}$$

6. 그림에서 색칠된 영역을 나타내는 집합으로 옳은 것은?



- ① $(A \cap B) \cap (A \cap C)$ ② $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
③ $\textcircled{3} A \cap (B \cup C)$ ④ $A - (B \cap C)$
⑤ $A \cap B \cap C$

해설

B와 C의 합집합과 A의 교집합을 하면 주어진 벤 다이어그램을 얻을 수 있다.

7. 두 함수 f , g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때,
 $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

- ① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(5) &= f(g(5)) \\2x - 1 &= 5 \text{에서 } x = 3 \text{이므로} \\g(5) &= -6 \cdot 3 + 5 = -13 \\\therefore (f \circ g)(5) &= f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29\end{aligned}$$

8. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래

그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 겹친

그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계

없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선

이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두

점에서 만나기 위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$



9. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$$\therefore a+b = 2-1 = 1$$

10. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눈 나머지가 $3x + 4$ 이다. 상수 a, b 의 값을 구하면?

- ① $a = -10, b = 3$ ② $a = 10, b = 3$
③ $a = -10, b = -3$ ④ $a = 7, b = 3$
⑤ $a = -5, b = 4$

해설

몫을 $x + c$ 라고 둔다면
 $x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + c) + 3x + 4$
이차항의 계수 : $c + 4 = 0$ 에서 $c = -4$
상수항 : $bc + 4 = -8$ 에서 $b = 3$
일차항의 계수 : $4c + b + 3 = a$ 에서 $a = -10$

11. $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x + 3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x + 1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x - 1)Q(x) + 3 \\&= (x - 1)\{(x + 3)Q'(x) + 2\} + 3 \\&= (x - 1)(x + 3)Q'(x) + 2(x - 1) + 3 \\&= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x + 1$

12. $2x^3 + 9x^2 + 11x + 7 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d \nmid x^{\alpha}$
대한 항등식일 때, a, b, c, d 를 차례로 구하면?

- ① 3, -1, 3, 2 ② 2, 3, -1, 3
③ -3, 1, -3, -2 ④ -2, -3, 1, -3
⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 9 & 11 & 7 \\ & & -2 & -7 & -4 \\ \hline -1 & 2 & 7 & 4 & 3 \\ & & -2 & -5 & \\ \hline -1 & 2 & 5 & -1 & \\ & & -2 & & \\ \hline & 2 & 3 & & \\ \uparrow & & & & \\ a & & & & \end{array} \leftarrow d$$
$$\leftarrow c$$

$$a = 2, b = 3, c = -1, d = 3$$

13. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore x + y = 6$$

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow$$
 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0$$

$$y^2 - 8y + 16 \leq 0$$

$$(y - 4)^2 \leq 0, y = 4$$

준식에 대입하면 $x = 2$

따라서 $x + y = 6$

14. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k-a)x + k^2 + a^2 - b + 1 = 0$ 의 k 의 값에
관계없이 중근을 갖도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 0, b = 1$ ② $a = 0, b = -1$ ③ $a = -1, b = 0$
④ $a = -1, b = 1$ ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 - b + 1) = 0 \text{에서}$$

$$k^2 - 2ak + a^2 - k^2 - a^2 + b - 1 = 0$$

$$\therefore -2ak + b - 1 = 0$$

이것이 k 값에 관계없이 항상 성립하기 위해서는

$$-2a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

15. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하
여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + 2 \\&= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2 \\-\frac{a^2}{4} + 2 &= 2 \\\therefore a &= 0\end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

17. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40m, 30m인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
$$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$$
$$\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$$
$$(x - 10)(x - 60) \geq 0$$
에서 $x \leq 10$ 또는
 $x \geq 60$ ($0 < x < 30$)이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는
 $0 < x \leq 10$ 이므로 10m이다.

18. 부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$ 에서

$-2 \leq a \leq 2 \dots \textcircled{\text{1}}$

$f(2) = a^2 - 2a \leq 0$ 에서

$0 \leq a \leq 2 \dots \textcircled{\text{2}}$

$\textcircled{\text{1}}, \textcircled{\text{2}}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 \leq a \leq 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$$M - m = 2$$



19. 다음 두 원이 접할 때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2ax - 2y + 1 &= 0 \\x^2 + y^2 - 2x - 2ay + 1 &= 0\end{aligned}$$

① 1 ② 2 ③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $-1 + \sqrt{3}$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x-a)^2 + (y-1)^2 &= a^2, \\(x-1)^2 + (y-a)^2 &= a^2 \text{ } \circ | \text{므로,} \\\text{두 원의 중심은 각각 } (a, 1), (1, a) \text{ 이고,} \\\text{반지름은 둘 다 } a (\because a > 0) \text{ 이다.}\end{aligned}$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (1-a)^2} = 2a$$

$$\therefore 2(a-1)^2 = 4a^2$$

$$\therefore a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\therefore a = -1 \pm \sqrt{2}$$

20. 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$, $g(x) = 3x^3$ 에 대하여 다음 <보기>에 있는 함수 중 그 그래프가 원점에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은?

[보기]

I. $f(g(x))$ II. $g(g(x))$
III. $\{g(x)\}^2$ IV. $\frac{g(x)}{f(x)}$

- ① I, II ② I, IV ③ II, III ④ II, IV ⑤ III, IV

[해설]

$f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$ 으로서
I. $F(x) = f(g(x))$ 로 놓으면
 $F(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = f(g(x))$
 $\therefore F(-x) = F(x)$

II. $F(x) = g(g(x))$ 로 놓으면
 $F(-x) = g(g(-x)) = g(-g(x)) = -g(g(x))$
 $\therefore F(-x) = -F(x)$

III. $F(x) = \{g(x)\}^2$ 로 놓으면
 $F(-x) = \{g(-x)\}^2$

$= \{-g(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$
 $\therefore F(-x) = F(x)$

IV. $F(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 로 놓으면
 $F(-x) = \frac{g(-x)}{f(-x)} = -\frac{g(x)}{f(x)}$

$\therefore F(-x) = -F(x)$

따라서 원점에 대하여 대칭인 함수는 II, IV

21. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족
할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다.
 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{5} &= \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자} \\ \Rightarrow x+y &= 5k, y+z = 6k, z+x = 7k \\ \text{세 식을 모두 더하여 정리하면 } x+y+z &= 9k \\ \text{다시 식에 대입하면 } x &= 3k, y = 2k, z = 4k\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore m = 7, n = 3$$

$$\therefore m+n = 10$$

22. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\&= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

23. 점 $(1, -1)$ 에서 원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 에 그은 접선은 두 개 있다.
이 때, 이 두 직선의 기울기의 합은?

- ① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

점 $(1, -1)$ 을 지나고 기울기가 m 인 접선을
 $y+1 = m(x-1)$, 즉 $mx-y-m-1=0$ 이라고 하면
원의 중심 $(-1, 2)$ 에서 접선까지의 거리는
원의 반지름 1과 같아야 한다.

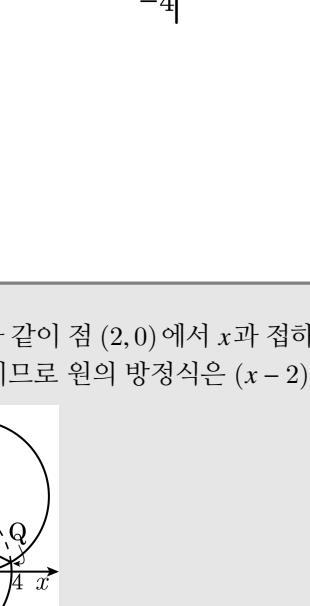
$$\text{따라서 } 1 = \frac{|-2m-3|}{\sqrt{m^2+1}},$$

$$|-2m-3| = \sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $3m^2 + 12m + 8 = 0$

따라서 두 기울기의 합은 근과 계수와의 관계에 의하여 -4이다.

24. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$ 을 점 $(2, 0)$ 에서 x 축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

호 PQ 는 그림과 같이 점 $(2, 0)$ 에서 x 축과 접하고 반지름의 길이가 4인 원의 일부이므로 원의 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16 //$



이때 선분 PQ 는 두 원 $x^2 + y^2 = 16$, $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$ 의

공통현이므로 직선 PQ 의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 16 - \{(x - 2)^2 + (y - 4)^2 - 16\} = 0$$

$$\therefore x + 2y - 5 = 0$$

따라서 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편은 5이다.

25. a 는 실수이고 원 $x^2 - 2ax + y^2 - 4|a|y + 5a^2 - 1 = 0$ 의 중심과 점 $(-3, 1)$ 과의 거리를 $f(a)$ 라고 할 때, $f(a)$ 의 최솟값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ 3

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

$$(x - a)^2 + (y - 2|a|)^2 = 1$$

\therefore 중심 $(a, 2|a|)$

$$\begin{aligned} \therefore f(a) &= \sqrt{(a+3)^2 + (2|a|-1)^2} \\ &= \sqrt{5a^2 + 6a - 4|a| + 10} \end{aligned}$$

(i) $a \geq 0$ 일 때

$$\begin{aligned} f(a) &= \sqrt{5a^2 + 2a + 10} \\ &= \sqrt{5\left(a + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{49}{5}} \geq \sqrt{10} \end{aligned}$$

(ii) $a < 0$ 일 때

$$f(a) = \sqrt{5a^2 + 10a + 10}$$

$$= \sqrt{5(a+1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}$$

따라서 $f(a)$ 의 최솟값은 $\sqrt{5}$

26. 자연수 전체의 두 부분집합 A , B 가 각각 $A = \{a \mid a\text{는 }12\text{의 약수}\}$, $B = \{b \mid b\text{는 }16\text{의 약수}\}$ 일 때, $(B - A) \cup X = X$, $B \cap X = X$ 를 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14 개 ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $B - A =$

$\{8, 16\}$

또 $(B - A) \cup X = X$ 에서

$(B - A) \subset X$, $B \cap X = X$ 에서 $X \subset B$ 이므로 $(B - A) \subset X \subset B$

$\therefore \{8, 16\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 8, 16\}$

즉, 집합 X 는 8, 16 을 반드시 원소로 갖는 집합 B 의 부분집합
이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

27. 두 집합 A , B 에 대하여 $A = \{x \mid x \leq 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: {3, 6, 9}

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0), (2, 0)$ 을 지나고
좌표값이 -3 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{1}{3}$

▷ 정답: $b = \frac{2}{3}$

▷ 정답: $c = -\frac{8}{3}$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0), (2, 0)$ 을 각각
지나므로

$$16a - 4b + c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = 2a, c = -8a$$

또 주어진 함수의 좌표값이 -3 이므로

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= ax^2 + 2ax - 8a$$

$$= a(x+1)^2 - 9a$$

$$\therefore -9a = -3$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{8}{3} \text{ 이다.}$$

29. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

(1) $B \subset A$
(2) B 의 원소의 개수는 3개 이하이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
원소의 개수가 3이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.

원소가 0개인 부분집합 : \emptyset

원소가 1개인 부분집합 :

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{6\}, \{12\}$

원소가 2개인 부분집합 :

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 6\}, \{1, 12\},$

$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 12\}, \{3, 4\},$

$\{3, 6\}, \{3, 12\}, \{4, 6\}, \{4, 12\}, \{6, 12\}$

원소가 3개인 부분집합 :

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 2, 12\},$

$\{1, 3, 4\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 12\}, \{1, 4, 6\},$

$\{1, 4, 12\}, \{1, 6, 12\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 6\},$

$\{2, 3, 12\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 12\}, \{2, 6, 12\},$

$\{3, 4, 6\}, \{3, 4, 12\}, \{3, 6, 12\}, \{4, 6, 12\}$

30. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(5 + x) = f(5 - x)$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때 이 두 실근의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$f(5 + x) = f(5 - x)$ 를 만족하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이다.

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 두 실근을

$$\alpha, \beta (\alpha < \beta) \text{ 라 하면 } \frac{\alpha + \beta}{2} = 5$$

$$\therefore \alpha + \beta = 10$$