

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7) = x^2 - 7x$

② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$

③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$

⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

2. 다음 [] 안의 수가 주어진 방정식의 근이 되는 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)

① $2x^2 = 10$ [$-\sqrt{5}$]

② $2x^2 - 3x - 1 = 0$ [1]

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ [2]

④ $x^2 + 2x + 3 = 0$ [-3]

⑤ $x^2 - 10x + 24 = 0$ [-4]

해설

[] 안의 수를 방정식에 대입하여 성립하는 것을 고른다.

① $2x^2 = 10$ 에 $x = -\sqrt{5}$ 를 대입하면

$2 \times (-\sqrt{5})^2 = 10$ 이 되어 성립한다.

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$ 이 되어 성립한다.

3. 다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$AB = 0$ 이면 ☐ 또는 ☐ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 0$

▷ 정답 : $B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$

$2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$8 - 6 - k = 0$

$\therefore k = 2$

5. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1, x = 3$ 을 각각 대입하면

$3 + a + b = 0, 27 + 3a + b = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -12, b = 9$ 이다.

$\therefore a + b = -3$

6. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 - ㉡ y 축에 대칭인 포물선이다.
 - ㉢ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ㉣ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
 - ㉤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ㉠ 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

7. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시키면 점 $(1, m)$ 을 지난다. 이때, m 의 값은?

① -5 ② -7 ③ -9 ④ -11 ⑤ -13

해설

$y = -4x^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, m)$ 을 지나므로
 $m = -4 - 5, m = -9$

8. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.
따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

9. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = 2(x + 1)^2$

④ $y = 2(x - 1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로 $-2 = a(0 + 1)^2$, $a = -2$ 이다.
 $\therefore y = -2(x + 1)^2$

10. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

11. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b &= (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b) \\ &= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2 \end{aligned}$$

12. $(x+4):x=x:2$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $x=2$ 또는 $x=-4$

② $x=-2$ 또는 $x=4$

③ $x=-2$ 또는 $x=-4$

④ $x=0$ 또는 $x=2$

⑤ $x=0$ 또는 $x=-2$

해설

$$(x+4):x=x:2$$

$$x^2=2(x+4), x^2=2x+8$$

$$x^2-2x-8=0, (x+2)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=4$$

13. 이차방정식 $(a^2 - 9)x^2 + (3a - 4)x + (2a - 7) = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{7}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$a^2 - 9 - 3a + 4 + 2a - 7 = 0$$

$$a^2 - a - 12 = 0$$

$$(a - 4)(a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 4 \text{ (} a^2 - 9 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq -3 \text{)}$$

$$a = 4 \text{ 를 대입하면 } 7x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$(7x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 다른 한 근은 $-\frac{1}{7}$ 이다.

14. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12 ② -9 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + ax + 12 &= 0 \\ x^2 + \frac{a}{3}x + 4 &= 0, (x+2)^2 = 0 \\ \frac{a}{3} &= 4 \\ \therefore a &= 12 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

16. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

17. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

18. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t-5t^2)$ m 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

① 2 초 후

② 3 초 후

③ 4 초 후

④ 5 초 후

⑤ 6 초 후

해설

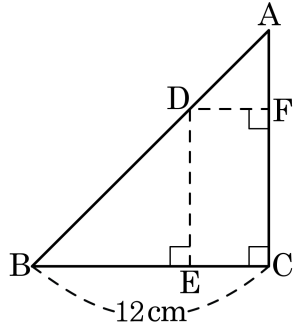
지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로

$$30t - 5t^2 = 0, t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0, t = 0, 6$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 6$$

19. 한 변의 길이가 12cm 인 직각이등변삼각형에서 빗변 AB 위의 한 점 D 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하고 $\triangle DBE$ 와 $\square DECF$ 의 넓이가 같다고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는? (단, $\angle BDE = 45^\circ$)



- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{BE} = x$ cm 라 하면 $\overline{DE} = x$ cm , $\overline{CE} = (12 - x)$ cm

$\triangle DBE = \square DECF$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times x = x(12 - x)$$

$$3x^2 - 24x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ cm } (\because x > 0)$$

20. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은?

① 13

② -13

③ 14

④ -14

⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

21. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

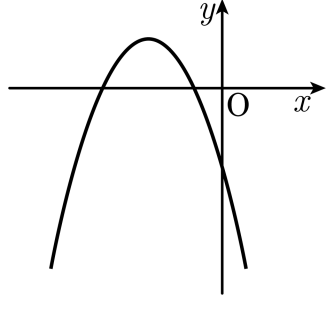
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x-m)^2 + n \text{이므로} \\ y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \\ \therefore m &= -1, n = -3 \\ \therefore m + n &= (-1) + (-3) = -4 \end{aligned}$$

22. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



- ① a
- ② p
- ③ q
- ④ $ap^2 + q$
- ⑤ aq

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고,
꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$
③ 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$
④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$
⑤ $aq < 0$

23. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 2k - 3$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 3$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 8x + 2k - 3 = (x - 4)^2 + 2k - 19$$

꼭짓점 $(4, 2k - 19)$ 가 $y = x + 3$ 위에 있으므로 $2k - 19 = 7$,
 $2k = 26$

$$\therefore k = 13$$

24. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

25. $y = k(k + 3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 3) + 2 \neq 0$, $k(k + 3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

26. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1)$, $(0, -5)$, $(2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 5

③ 8

④ 11

⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$

$(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$

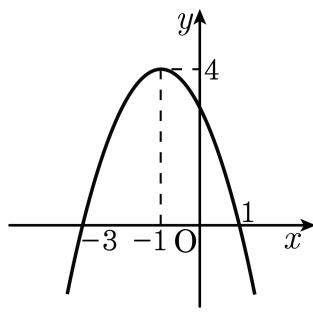
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$

이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로

$c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$

따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(-1, 4)$ 를 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표를 구하면?



- ① $(0, -2)$ ② $(0, -1)$ ③ $(0, 3)$
 ④ $(0, 4)$ ⑤ $(-1, 4)$

해설

위의 그래프는 $y = a(x + 3)(x - 1)$ 이고, $(-1, 4)$ 를 지나므로
 $4 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$
 $a = -1$ 이다.
 $y = -(x + 3)(x - 1) = -(x^2 + 2x - 3) = -x^2 - 2x + 3$
 $\therefore (0, 3)$

28. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$ 이다.

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

29. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

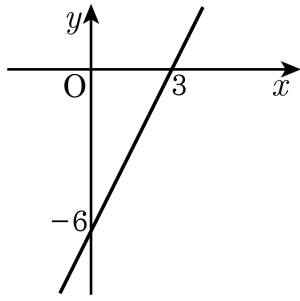
$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

30. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

31. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

32. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

33. 어린이 날을 맞이하여 구슬 126 개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5 명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5 개씩 회수하여, 나중에 온 5 명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

- ① 5명 ② 6명 ③ 7명 ④ 8명 ⑤ 9명

해설

처음 어린이의 수를 x 명이라 하면
처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$ 개
나중 어린이 수는 $(x + 5)$ 명
나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)$ 개 이므로
 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)(x + 5) = 126$
 $x > 0$ 이므로 $x = 9$

34. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

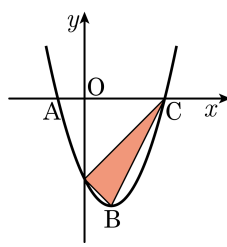
$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$

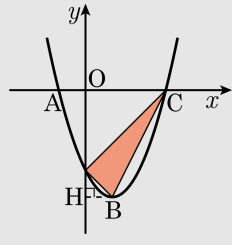
35. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

36. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

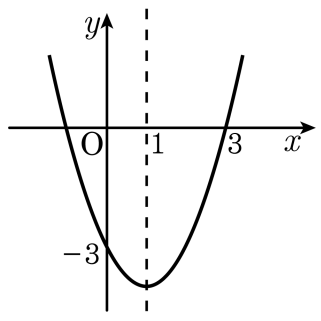
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$y = 2(x+3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

37. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y = a(x - 1)^2 + q$
 $x = 0$ 일 때, $a + q = -3$ (1)
 $x = 3$ 일 때, $4a + q = 0$ (2)
 (2)에서 (1)을 빼면, $3a = 3$
 $\therefore a = 1, q = -4$
 $y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$
 따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.

38. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\ &= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a \end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서 $a = 3$ 이다.

39. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

40. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196 \end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

41. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면
 $4a + 2p + ap + q = 0$
 $(4 + p)a + 2p + q = 0$
 a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 $4 + p = 0, 2p + q = 0$
 $p = -4, 2p + q = 0, q = 8$
 $\therefore p + q = -4 + 8 = 4$

42. 두 식 $A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 를 만족시키는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 이므로

$$2(x^2 - 2x - 12) = 3(x^2 - 3x - 16)$$

$$2x^2 - 4x - 24 = 3x^2 - 9x - 48$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

$2A = 3B$ 를 만족하는 해는 $x = 8$ 또는 $x = -3$ 이다.

따라서 자연수 x 는 8 이다.

43. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$$x - y = k \text{ 라 하면 } y = x - k$$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

44. 어떤 상품의 개당 가격을 $x\%$ 올리면 판매량은 $\frac{x}{3}\%$ 만큼 감소한다. 매출을 12% 증가시키기 위해서 올려야하는 개당 가격은 몇 % 인지 구하여라. (단, $0 < x < 50$)

▶ 답 : %

▷ 정답 : 20 %

해설

처음 가격을 a 원, 판매량을 b 개라고 하면
가격을 $x\%$ 올린 후의 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원,
판매량은 $b\left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100}\right)$ 개이다.
따라서, 가격을 $x\%$ 올린 후의 매출은
$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100}\right)$$
$$= \left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right)ab \text{ (원) 이다.}$$
이때, 매출이 12% 증가해야 하므로
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right)ab = \frac{112}{100}ab$$
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right) = \frac{112}{100}$$
$$x^2 - 200x + 3600 = 0$$
$$(x - 20)(x - 180) = 0$$
$$\therefore x = 20 \text{ 또는 } x = 180$$
$$0 < x < 50 \text{ 이므로 } x = 20$$
따라서 가격을 20% 올려야 한다.

45. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 : $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$

46. 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 높이가 h cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 늘렸더니 원기둥의 부피가 처음보다 21% 증가했을 때, 늘린 반지름의 길이는?

① 0.1cm

② 0.2cm

③ 0.25cm

④ 0.5cm

⑤ 1cm

해설

반지름의 늘린 길이를 x cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $5^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(5+x)^2\pi h$ cm
부피가 21% 증가했으므로
 $(5+x)^2\pi h = 1.21 \times 5^2\pi h$
 $(5+x)^2 = (1.1 \times 5)^2$
 $x > 0$ 이므로 $5+x = 5.5$
 $\therefore x = 0.5$ (cm)

47. 두 이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^2 - 2$ 에 대하여 $h(x) = \frac{g(x+1)}{f(x)}$ 이라고 할 때, $h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$ 의 값을 구하여라.

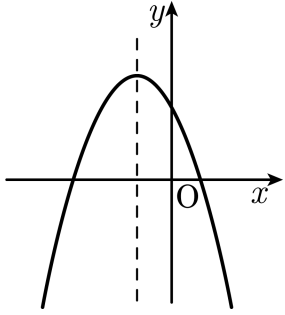
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{511}$

해설

$f(x) = (x+2)^2 - 2, g(x) = x^2 - 2$ 이므로
 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $y = g(x)$ 의 그래프가 되므로
 $\therefore g(x) = f(x-2)$
 $\therefore h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$
 $= \frac{g(2)g(3)g(4) \cdots g(31)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$
 $= \frac{f(0)f(1)f(2) \cdots f(29)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$
 $= \frac{f(0)}{f(30)} = \frac{2}{1022} = \frac{1}{511}$

48. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0 \text{ 에서 } b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

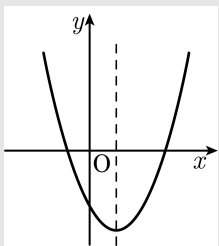
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \end{aligned}$$

$$\text{즉 : } -\frac{a}{2c} > 0$$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



49. 네 함수 $F(x) = x^2 + 4x + 9$, $G(x) = x^2 - 6x + 4$, $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = cx + d$ 가 있다. $F(x)$ 와 $G(x)$ 가 최솟값을 갖게 되는 x 값들이 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 교점의 x 좌표값일 때, 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$ 가 최솟값을 갖게되는 x 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$F(x) = x^2 + 4x + 9 = (x+2)^2 + 5$, $G(x) = x^2 - 6x + 4 = (x-3)^2 - 5$
이므로 각각의 함수는 $x = -2$, $x = 3$ 일 때, 최솟값을 갖는다.

따라서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표는 -2 와 3 이므로
 $x^2 + ax + b = cx + d$,

즉 $x^2 + (a - c)x + (b - d) = 0$ 은 두 근이 -2 , 3 이다.

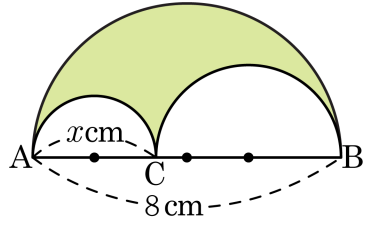
근과 계수의 관계에 의해

$$a - c = -1, \quad b - d = -6$$

$$\begin{aligned} \therefore h(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^2 + (a - c)x + (b - d) \\ &= x^2 - x - 6 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 $h(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값을 갖는다.

50. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. $\overline{AB}$ 의 길이가 8cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi\text{cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AC} = x\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = (8 - x)\text{cm}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 반원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 4^2\pi - \left\{ \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{8-x}{2}\right)^2 \right\} = y\pi$$

$$8\pi - \left(\frac{x^2}{8}\pi + \frac{64 - 16x + x^2}{8}\pi \right) = y\pi$$

$$8\pi - \left(\frac{2x^2 - 16x + 64}{8} \right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 2x\pi = y\pi$$

$$y\pi = -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 8x)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 8x + 16 - 16)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x - 4)^2 + 4\pi\text{이다.}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 4 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $4\pi\text{cm}$ 를 갖는다.