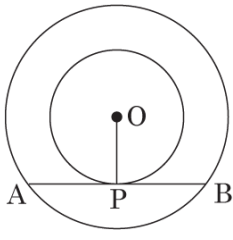


1. 다음 그림은 중심이 같고 반지름의 길이가 각각 6 cm, 10 cm 인 두 원이다. 작은 원 위의 점 P 에서 접선을 그려 큰 원과 만나는 점을 A, B 라고할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



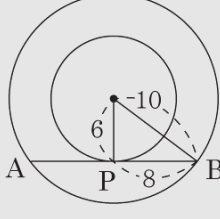
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

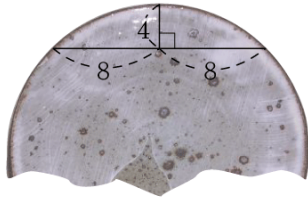
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 8 = 16 \text{ (cm)}$$



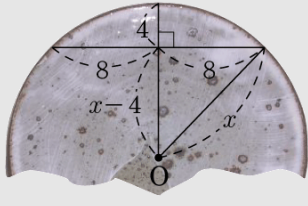
2. 원 모양의 토기 조각에서 다음 그림과 같이 크기를 측정하였다. 이 토기의 원래 크기의 넓이는?



- ① 4π ② 36π ③ 64π ④ 100π ⑤ 144π

해설

반지름을 x 라 하면
 $x^2 = (x - 4)^2 + 8^2 \quad \therefore x = 10$



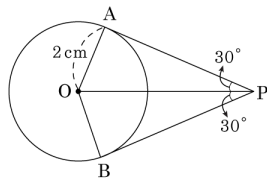
3. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분 한다.
- ② 같은 길이의 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.
- ③ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현은 그 길이가 같다.
- ④ 현의 길이는 부채꼴의 중심각의 크기에 비례한다.
- ⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이는?

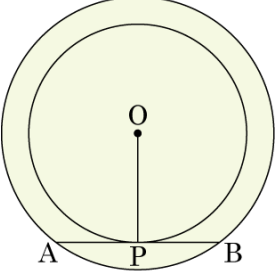


- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 6\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \overline{OA} &= \overline{AP} = 2\sqrt{3}\text{cm} \\ \therefore (2 + 2\sqrt{3}) \times 2 &= (4 + 4\sqrt{3})\text{cm} \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 큰 원의 반지름의 길이가 10, $AB = 12$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.

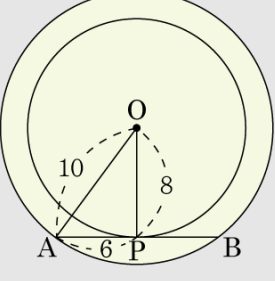


▶ 답 :

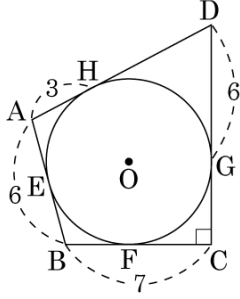
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{OA} = 10$, $\overline{AP} = 6$ 이므로 $\overline{OP} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$



6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 3$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 9$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

$$6 + 6 + \overline{GC} = 7 + 9, \overline{GC} = 4$$

$$\therefore (\text{원 } O \text{의 반지름}) = 4$$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로

$$\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 4 \text{ 이다.}$$

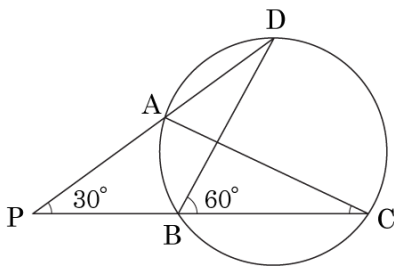
($\square ABCD$ 의 넓이)

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (6 + 7 + 10 + 9)$$

$$= 64$$

7. 다음 그림과 같이 두 현 AD, BC의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle DPC = 30^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

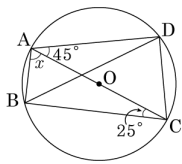


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 의 원주각으로 $\angle ACB = \angle ADB = x$ 라 하면 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기와 합과 같으므로
 $60^\circ = 30^\circ + \angle x$
 $\therefore \angle x = 30^\circ$

8. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심이다. $\angle x$ 의 값은?

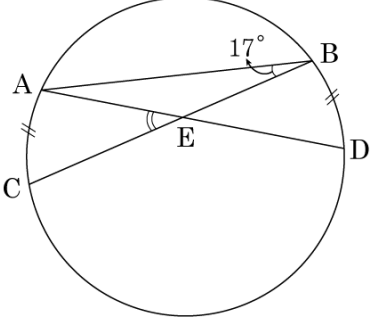


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$$\angle ABC = 90^\circ, \angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 이고 $\angle ABC = 17^\circ$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?

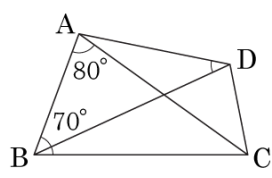


- ① 13° ② 17° ③ 21° ④ 28° ⑤ 34°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BAD = 17^\circ$
 $\angle AEC = \angle ABC + \angle BAE = 17^\circ + 17^\circ = 34^\circ$

10. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$ 이고,
점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$

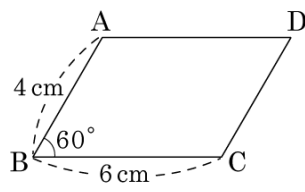
11. 현수는 동산 꼭대기에 올라서서 A 마을을 내려다보고 있다. 동산아래 지면에서 마을까지의 거리는 약 400m 이고, 동산꼭대기에서 마을을 내려다 본 각도가 30° 이었다고 할 때, 현수가 올라간 동산의 높이와 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리를 합한 값은 얼마일까?
- ① $(300\sqrt{3} + 600)$ m ② $(300\sqrt{3} + 800)$ m
③ $(400\sqrt{3} + 600)$ m ④ $(400\sqrt{3} + 800)$ m
⑤ $(400\sqrt{3} + 900)$ m

해설

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{400}$
(동산의 높이) $= \overline{AH} = 400 \times \tan 60^\circ = 400 \times \sqrt{3} = 400\sqrt{3}(\text{m})$
 $\cos 60^\circ \times \overline{AB} = 400$ 이므로
 $\therefore \overline{AB} = (\text{동산 꼭대기에서 마을까지의 거리}) = \frac{400}{\cos 60^\circ} = 400 \div \frac{1}{2} = 800(\text{m})$
 $\therefore (\text{동산의 높이} + \text{동산 꼭대기에서 마을까지의 거리}) = 400\sqrt{3} + 800(\text{m})$

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?

- ① 12 cm^2 ② $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ③ $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ 13 cm^2
 ⑤ $13\sqrt{2}\text{ cm}^2$

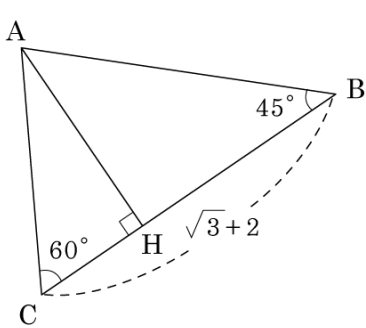


해설

$$\begin{aligned} (\text{넓이}) &= 4 \times 6 \times \sin 60^\circ \\ &= 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6} - 9}{3}$
- ② $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{3 + 5\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$

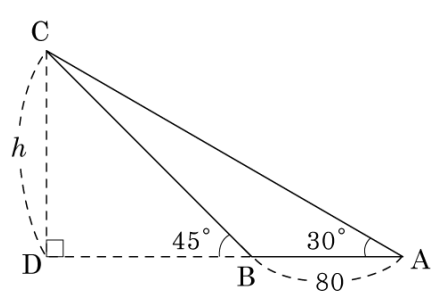


해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan(90^\circ - 45^\circ) + \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 2}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= \frac{3(\sqrt{3} + 2)}{(3 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + 2)(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{3 + \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

14. 다음 그림의 삼각형 ABC에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h 는?

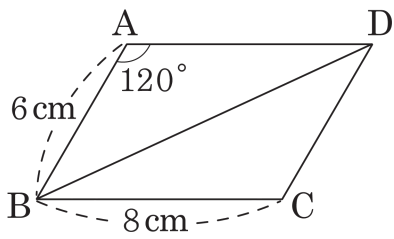
- ① $30(\sqrt{3} + 1)$
- ② $40(\sqrt{3} + 1)$
- ③ $50(\sqrt{3} + 1)$
- ④ $60(\sqrt{3} + 1)$
- ⑤ $80(\sqrt{3} + 1)$



해설

$$\begin{aligned} h &= \frac{80}{\tan(90^\circ - 30^\circ) - \tan(90^\circ - 45^\circ)} \\ &= \frac{80}{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ} = \frac{80}{\sqrt{3} - 1} = \frac{80(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} \\ &= 40(\sqrt{3} + 1) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120^\circ$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 대각선 BD의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{31}\text{ cm}$

② $2\sqrt{33}\text{ cm}$

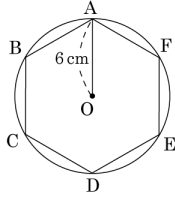
③ $2\sqrt{35}\text{ cm}$
- ④ $2\sqrt{37}\text{ cm}$

⑤ $2\sqrt{39}\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{(11)^2 + (3\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{121 + 27} = \sqrt{148} \\ &= 2\sqrt{37}(\text{cm})\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm 인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?

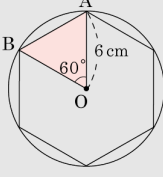


- ① 54 cm²
- ② 54√2 cm²
- ③ 54√3 cm²
- ④ 55 cm²
- ⑤ 55√2 cm²

해설

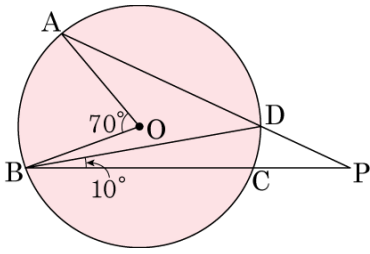
$$\begin{aligned}\triangle ABO &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{(정육각형의 넓이)} = 9\sqrt{3} \times 6 = 54\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



17. 다음 그림에서 $\angle P$ 의 크기를 구하면?

- ① 23° ② 25° ③ 28°
④ 30° ⑤ 33°



해설

$\widehat{AB}$ 의 중심각이 70° 이므로

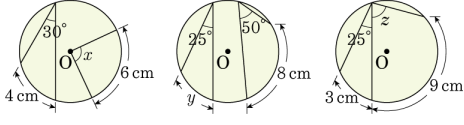
$\widehat{AB}$ 의 원주각

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\triangle DBP \text{에서 } 35^\circ = 10^\circ + \angle P$$

$$\therefore \angle P = 25^\circ$$

18. 다음 그림에서 x , y , z 의 값을 차례대로 나열한 것은? (단, O 는 원의 중심이다.)

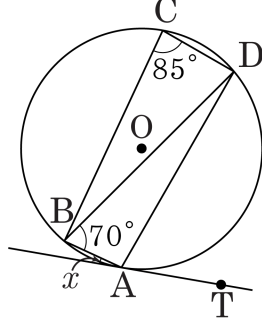


- ① 90° , 4, 80° ② 90° , 3, 80° ③ 90° , 4, 75°
④ 80° , 5, 75° ⑤ 80° , 4, 75°

해설

1) 호의 길이는 원주각의 크기에 비례하므로
 $30^\circ : a = 4 : 6$ (a 는 x 의 원주각)
 $\therefore a = 45^\circ$
 $\therefore x = 2a = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$
2) $25^\circ : 50^\circ = y : 8$
 $\therefore y = 4$
3) $25^\circ : z = 3 : 9$
 $\therefore z = 75^\circ$

19. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

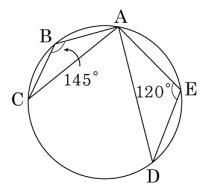


- ① 11° ② 12° ③ 13° ④ 14° ⑤ 15°

해설

$\angle BAD + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = 95^\circ$
 $\angle x = \angle ADB = 180^\circ - 70^\circ - 95^\circ = 15^\circ$

20. 다음 그림에서 $\angle ABC = 145^\circ$ 이고 $\angle AED = 120^\circ$ 라 할 때, $\angle CAD$ 의 크기는?

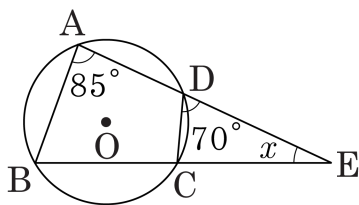


- ① 50°
- ② 60°
- ③ 65°
- ④ 75°
- ⑤ 85°

해설

점 C 와 E 를 연결하면 $\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$
 $\angle AEC = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$
 $\angle CED = 120^\circ - 35^\circ = 85^\circ$
따라서 $\widehat{CD}$ 의 원주각은 $\angle CAD = \angle CED = 85^\circ$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

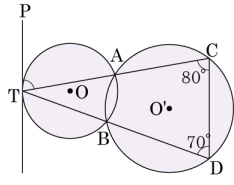
▷ 정답 : 25°

해설

$$\angle DCE = 85^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 85^\circ - 70^\circ = 25^\circ$$

22. 다음 그림과 같이 직선 PT가 원 O의 접선일 때, $\angle ATP$ 의 크기는?

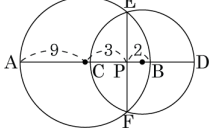


- ① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 80°

해설

점 A와 점 B를 이으면
원 O에서 $\angle ATP = \angle ABT$
원 O'에서 $\square ABDC$ 는 내접하므로
 $\angle ABT = \angle C = 80^\circ$
따라서 $\angle ATP = \angle C = 80^\circ$

23. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 가 두 원의 공통인 현이고, $\overline{AC} = 9$, $\overline{CP} = 3$, $\overline{BP} = 2$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

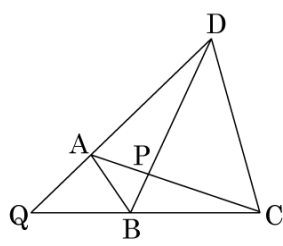
▷ 정답 : 6

해설

$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP} \times \overline{DP}$ 이므로 $(9 + 3) \times 2 = 3 \times (2 + \overline{BD})$,
 $2 + \overline{BD} = 8$ 이다.
 $\therefore \overline{BD} = 6$

24. 다음 조건을 만족할 때, □ABCD가
원에 내접하지 않는 것은?

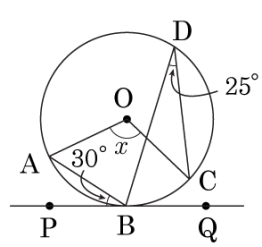
- ① $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
 ② $\overline{QA} \times \overline{QD} = \overline{QB} \times \overline{QC}$
 ③ $\angle BAC = \angle BDC$
 ④ $\angle ABQ = \angle ADC$
 ⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$



해설

□ABCD가 원에 내접하려면
 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이어야 한다.

- 25.** 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선 이고 점 B 가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.



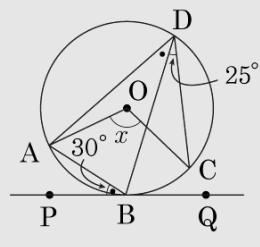
▶ 답: 1

▶ 정답 : 110°

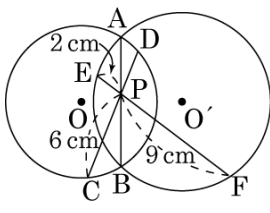
해설

점 A 와 D 에 보조선을 그으면

점 A 와 D 에 보조선을 그으면
 $\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ$ 이므로

$$\angle ADC = 55^\circ$$
$$\therefore \angle x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$$


26. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O'의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 2\text{ cm}$, $\overline{PF} = 9\text{ cm}$, $\overline{PC} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

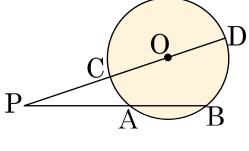
원 O에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

원 O'에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$\therefore \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$6 \times \overline{PD} = 2 \times 9 \quad \therefore \overline{PD} = 3 \text{ (cm)}$

27. 다음 그림과 같이 원 O의 외부의 점 P에서 두 직선을 그어 원 O와의 교점을 A, B, C, D라 하고, 현 CD는 원의 중심을 지난다. 이때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{PA} = 7\text{ cm}$)



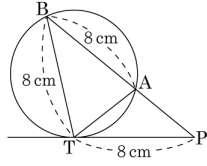
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

반지름의 길이를 r 라 하면 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서 $6(6+2r) = 7(7+5)$
 $\therefore r = 4$ (cm)

29. 다음 그림에서 직선 PT는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 8\text{ cm}$ 일 때, AT의 길이를 구하여라.



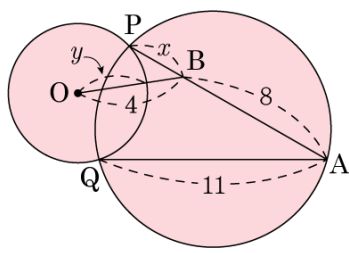
▶ 답 :

▷ 정답 : $-4 + 4\sqrt{5}$

해설

$\overline{PT}$ 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$
 $\angle APT = \angle ABT$ 이므로
 $\angle ATP = \angle APT$
따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로
 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면
 $8^2 = x \times (x + 8)$
 $x^2 + 8x - 64 = 0 \quad \therefore x = -4 + 4\sqrt{5} (\because x > 0)$

30. 두 원의 교점 P, Q 를 지나는 작은 원의 두 접선이 큰 원 위의 점 A 에서 만난다. 점 O 는 작은 원의 중심이고 점 B 는 $\overline{AP}$ 위의 한 점이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AQ} = 11$ 일 때, 선분 PB 의 길이 x 와 작은 원의 반지름 y 의 곱을 구하면?



- ① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ 9

해설

$$\overline{AP} = \overline{AQ} \text{ 이므로 } x + 8 = 11 \therefore x = 3$$

$$x^2 = (4 - y)(4 + y)$$

$$9 = 16 - y^2$$

$$y^2 = 7$$

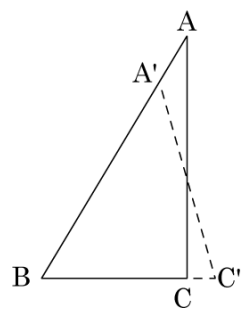
$$y > 0 \text{ 이므로}$$

$$y = \sqrt{7}$$

$$\therefore xy = 3\sqrt{7}$$

31. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 20% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 20% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?

- ① 변함이 없다. ② 1% 줄어든다.
 ③ 4% 줄어든다. ④ 4% 늘어난다.
 ⑤ 10% 줄어든다.



해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하면

$$\overline{A'B} = \frac{80}{100}x = \frac{4}{5}x$$

$$\overline{BC'} = \frac{120}{100}y = \frac{6}{5}y$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy \sin B$ 이고,

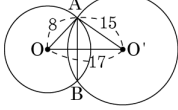
$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \times \frac{6}{5}y \times \sin B &= \frac{24}{25} \times \frac{1}{2}xy \sin B \\ &= \frac{24}{25} \triangle ABC \end{aligned}$$

그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{24}{25} \times 100 = 96 (\%)$ 이므로 4% 줄어든다.

32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 8, 15 인 두 원이 두 점 A, B 에서 만나고 중심 사이의 거리가 17 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{240}{17}$ cm

해설

$\triangle AOO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{AO'}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$ 이다. 점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{AO'} = \frac{1}{2} \times \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\overline{AO} \times \overline{AO'} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$8 \times 15 = 17 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{120}{17} (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{240}{17} (\text{cm})$$

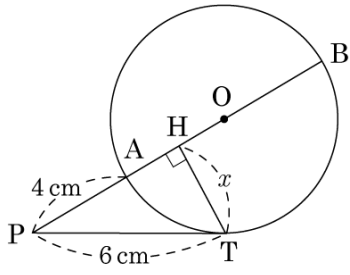
33. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?

- ① $\frac{30}{13}\text{cm}$

② $\frac{29}{13}\text{cm}$
- ③ $\frac{28}{13}\text{cm}$

④ $\frac{27}{13}\text{cm}$

⑤ 2cm



해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$6^2 = 4(4 + 2r)$$

따라서, 원의 반지름은 $\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \sim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH} \text{ 이므로 } 4 + \frac{5}{2} : 6 = \frac{5}{2} : x$$

$$\therefore x = \frac{30}{13}(\text{cm})$$