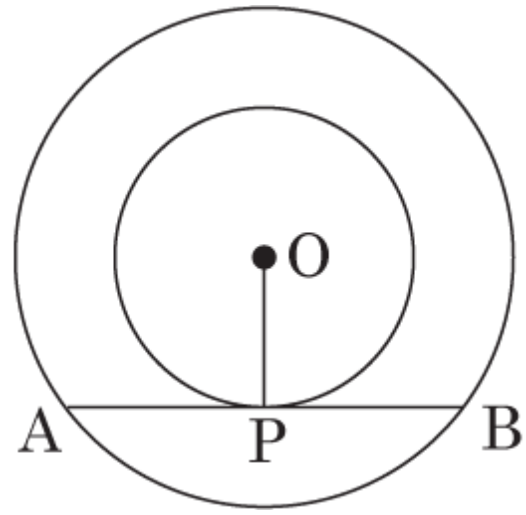
1. 다음 그림은 중심이 같고 반지름의 길이가 각각 6 cm, 10 cm 인 두 원이다. 작은 원 위의 점 P 에서 접선을 그어 큰 원과 만나는 점을 A, B 라고할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



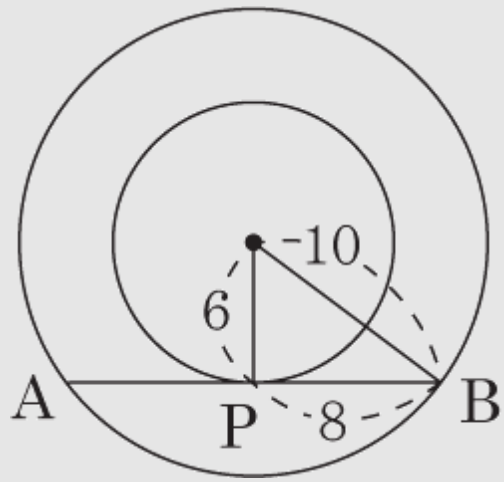
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 16 cm

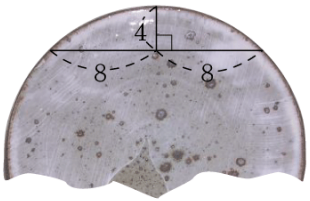
해설

$\overline{PB} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\ (\text{cm})$

$\overline{AB} = 2 \times 8 = 16\ (\text{cm})$



2. 원 모양의 토기 조각에서 다음 그림과 같이 크기를 측정하였다. 이 토기의 원래 크기의 넓이는?

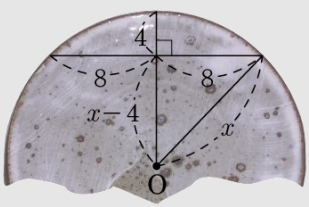


① 4π ② 36π ③ 64π ④ 100π ⑤ 144π

해설

반지름을 x 라 하면

$x^2 = (x-4)^2 + 8^2 \quad \therefore x = 10$



3. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

① 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분 한다.

② 같은 길이의 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

③ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현은 그 길이가 같다.

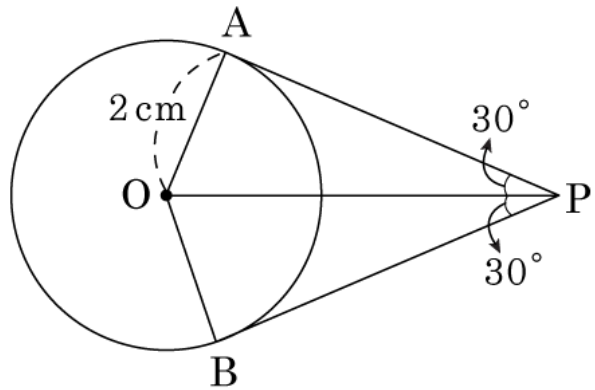
④ 현의 길이는 부채꼴의 중심각의 크기에 비례한다.

⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, □APBO 의 둘레의 길이는?



① 6cm ② $(6+6\sqrt{2})$cm ③ $12\sqrt{3}$cm

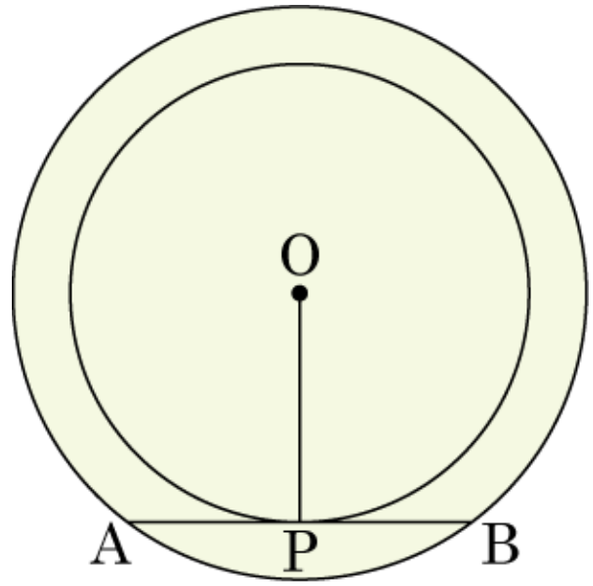
④ $(4+4\sqrt{3})$cm ⑤ $(8+6\sqrt{3})$cm

해설

$\sqrt{3}\ \overline{OA} = \overline{AP} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore (2+2\sqrt{3}) \times 2 = (4+4\sqrt{3})\text{cm}$

5. 다음 그림에서 큰 원의 반지름의 길이가 10 , $\overline{AB} = 12$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.

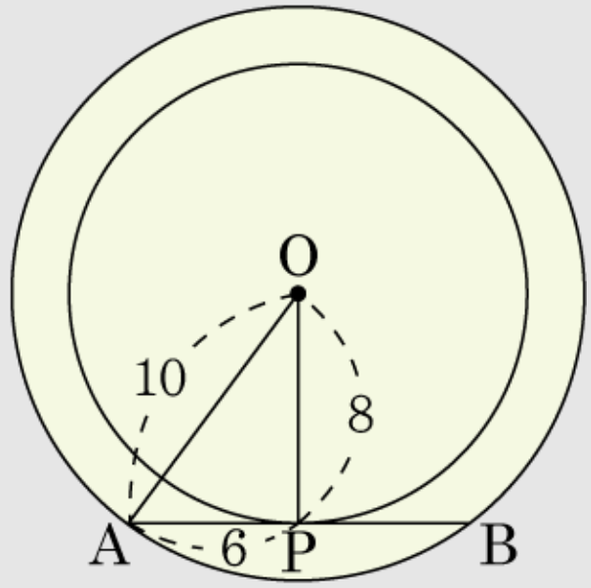


▶ 답 :

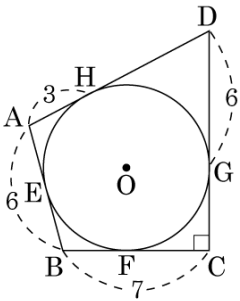
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{OA} = 10$, $\overline{AP} = 6$ 이므로 $\overline{OP} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$



6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 3$, $\overline{AB} = 6$,$\overline{BC} = 7$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 9$

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$

$6 + 6 + \overline{GC} = 7 + 9,\ \overline{GC} = 4$

$\therefore$ (원 O의 반지름) $= 4$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 4$ 이다.

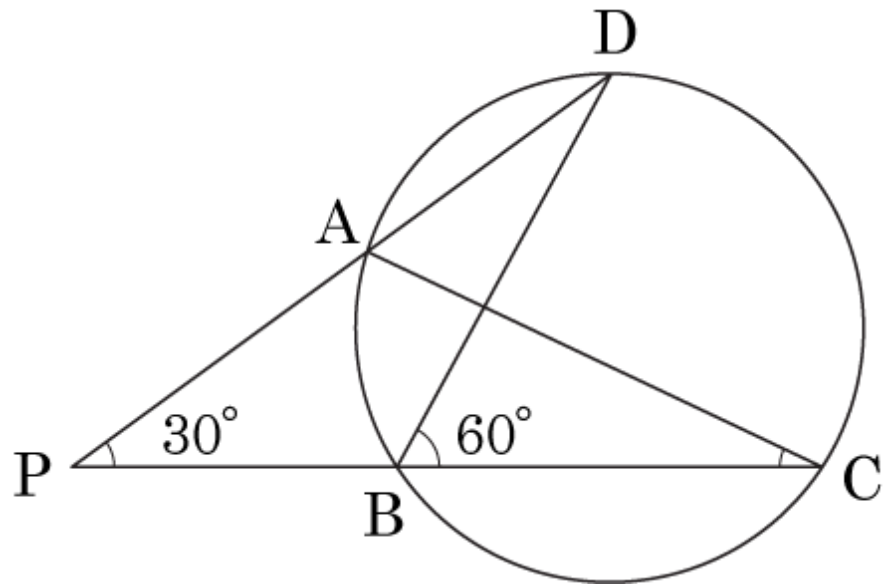
($\square ABCD$의 넓이)

$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (6 + 7 + 10 + 9)$

$= 64$

7. 다음 그림과 같이 두 현 AD, BC 의 연장선의 교점을 P 라 하자. $\angle DPC = 30°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

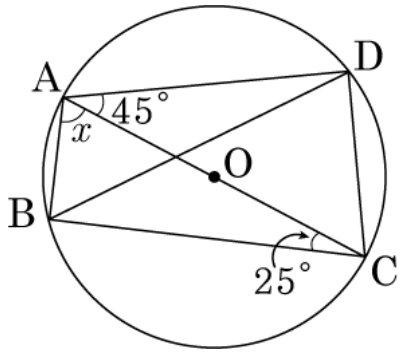
해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각으로 $\angle ACB = \angle ADB = x$ 라 하면 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기와 합과 같으므로

$60° = 30° + \angle x$

$\therefore \angle x = 30°$

8. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심이다. $\angle x$ 의 값은?

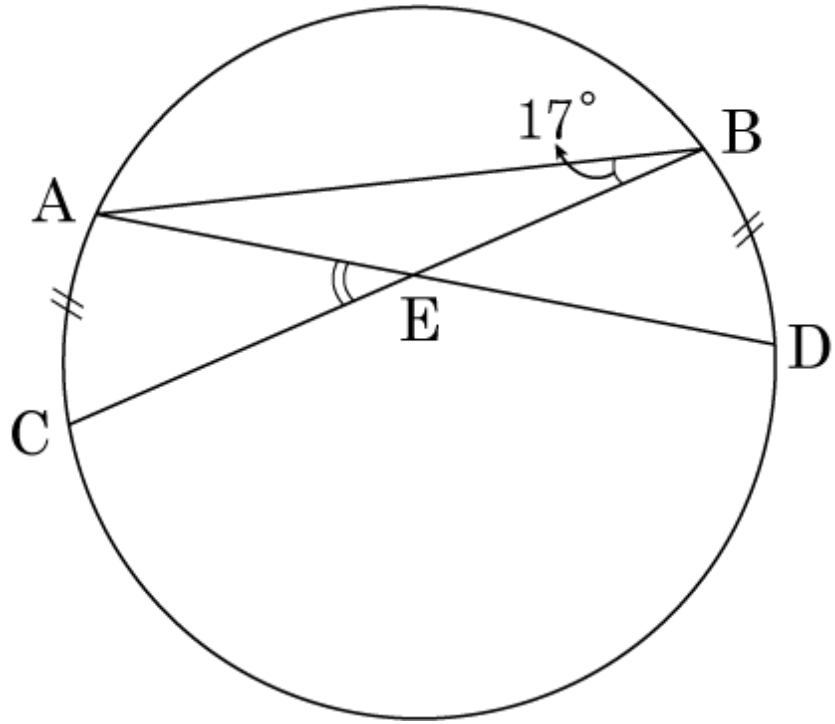


① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\angle ABC = 90°,\ \angle x = 90° - 25° = 65°$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 이고 $\angle ABC = 17^\circ$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?



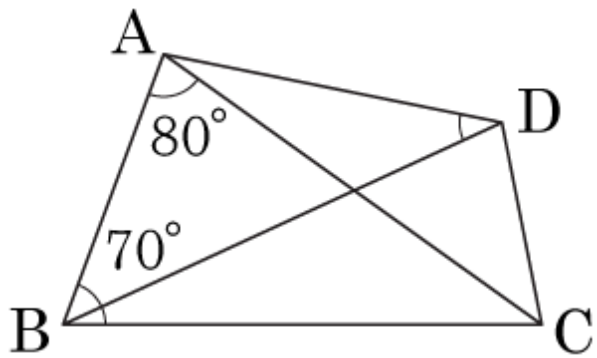
① 13° ② 17° ③ 21° ④ 28° ⑤ 34°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BAD = 17^\circ$

$\angle AEC = \angle ABC + \angle BAE = 17^\circ + 17^\circ = 34^\circ$

10. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

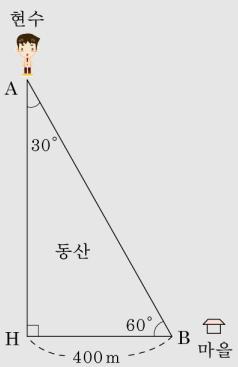
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180° - (80° + 70°) = 30°$ 이고,
점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\angle ADB = \angle ACB = 30°$

11. 현수는 동산 꼭대기에 올라서서 A 마을을 내려다보고 있다. 동산아래 지면에서 마을까지의 거리는 약 400m 이고, 동산꼭대기에서 마을을 내려다 본 각도가 30° 이었다고 할 때, 현수가 올라간 동산의 높이와 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리를 합한 값은 얼마일까?

① $(300\sqrt{3}+600)$ m
② $(300\sqrt{3}+800)$ m
③ $(400\sqrt{3}+600)$ m
④ $(400\sqrt{3}+800)$ m
⑤ $(400\sqrt{3}+900)$ m

해설



$\tan 60° = \dfrac{\overline{AH}}{400}$

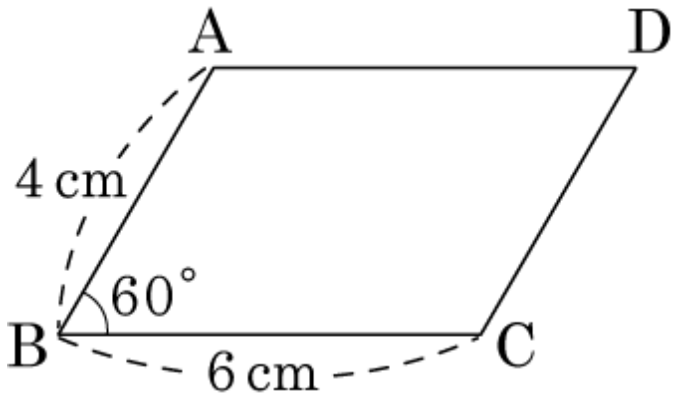
(동산의 높이) $= \overline{AH} = 400 \times \tan 60° = 400 \times \sqrt{3} = 400\sqrt{3}(\text{m})$

$\cos 60° \times \overline{AB} = 400$ 이므로

$\therefore \overline{AB}$ = (동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= \dfrac{400}{\cos 60°} = 400 \div \dfrac{1}{2} = 800(\text{m})$

$\therefore$ (동산의 높이 + 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= 400\sqrt{3}+800(\text{m})$

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\angle B = 60°$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① $12\,\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

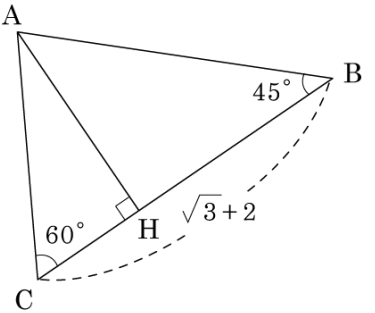
③ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ④ $13\,\text{cm}^2$

⑤ $13\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

$$(\text{넓이}) = 4 \times 6 \times \sin 60°$$
$$= 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

13. 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AH}$의 길이는?



① $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}-9}{2}$

② $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

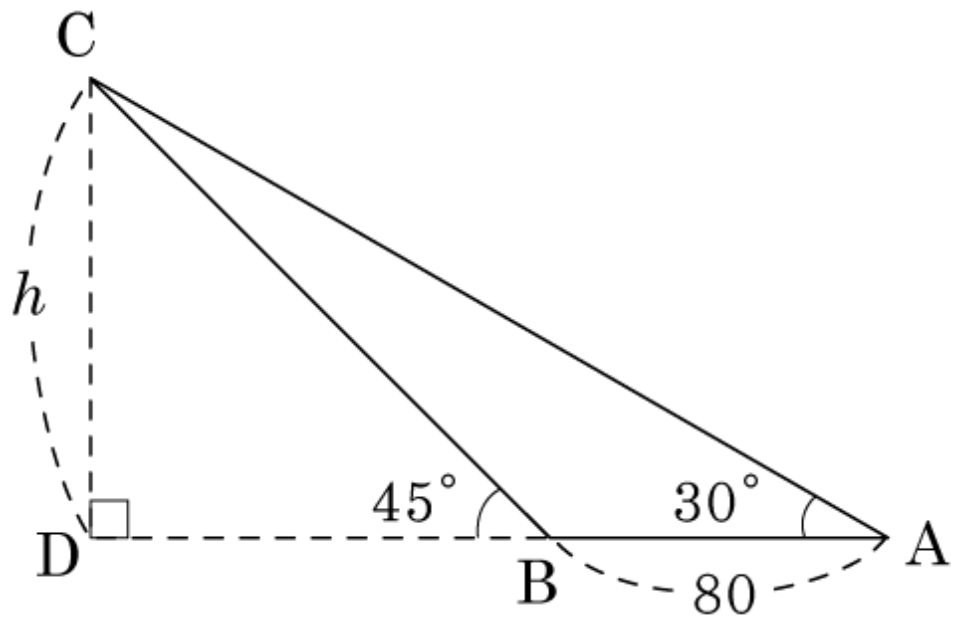
④ $\frac{3+5\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \frac{\sqrt{3}+2}{\tan(90°-45°)+\tan(90°-60°)} \\ &= \frac{\sqrt{3}+2}{\tan 45°+\tan 30°} \\ &= \frac{\sqrt{3}+2}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= \frac{3(\sqrt{3}+2)}{3+\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+2)(3-\sqrt{3})}{2} \\ &= \frac{3+\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

14. 다음 그림의 삼각형 ABC에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h는?



① $30(\sqrt{3}+1)$

② $40(\sqrt{3}+1)$

③ $50(\sqrt{3}+1)$

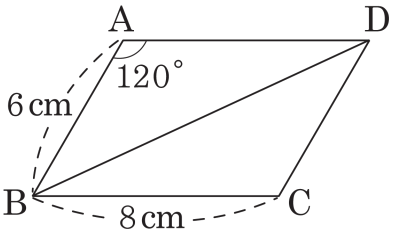
④ $60(\sqrt{3}+1)$

⑤ $80(\sqrt{3}+1)$

해설

$$h = \frac{80}{\tan(90^\circ - 30^\circ) - \tan(90^\circ - 45^\circ)}$$
$$= \frac{80}{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ} = \frac{80}{\sqrt{3}-1} = \frac{80(\sqrt{3}+1)}{3-1}$$
$$= 40(\sqrt{3}+1)$$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 대각선 BD 의 길이를 구하면?

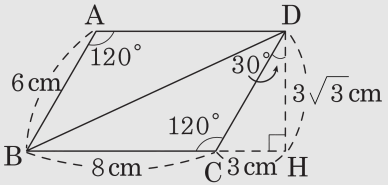


① $2\sqrt{31}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{33}\,\text{cm}$ ③ $2\sqrt{35}\,\text{cm}$

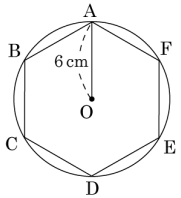
④ $2\sqrt{37}\,\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{39}\,\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{(11)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{121 + 27} = \sqrt{148} \\ &= 2\sqrt{37}\,(\text{cm})\end{aligned}$$



16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm 인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?



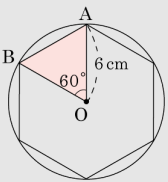
① $54\,\mathrm{cm}^2$ ② $54\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $54\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $55\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $55\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

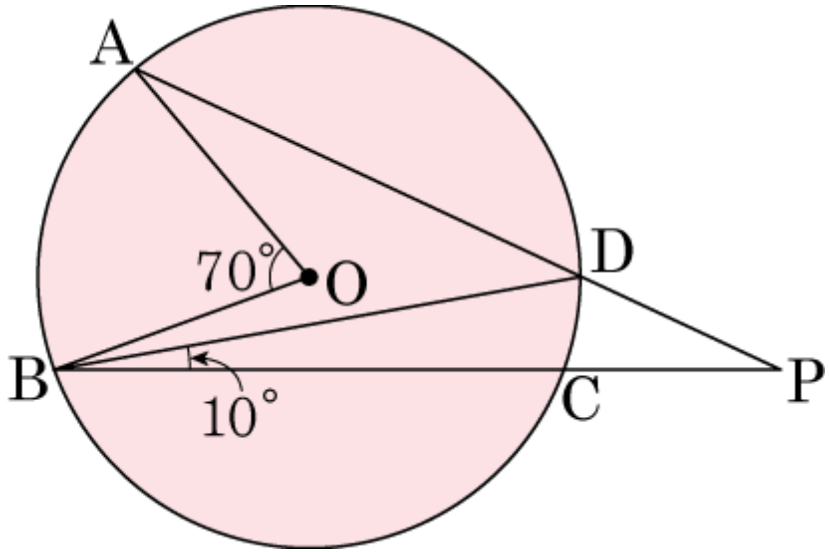
해설

$$\triangle ABO = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ$$
$$= \frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

$\therefore$ (정육각형의 넓이) $= 9\sqrt{3}\times 6 = 54\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$



17. 다음 그림에서 $\angle P$ 의 크기를 구하면?



① 23° ② 25° ③ 28°

④ 30° ⑤ 33°

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB}$ 의 중심각이 $70°$ 이므로

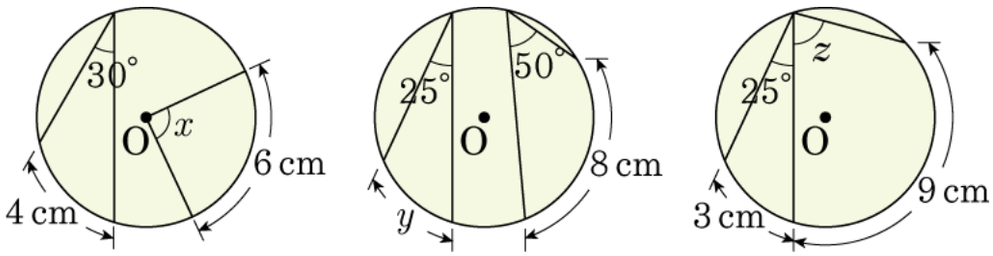
$5.0pt\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$$

$\triangle DBP$에서 $35° = 10° + \angle P$

$\therefore \ \angle P = 25°$

18. 다음 그림에서 x, y, z 의 값을 차례대로 나열한 것은? (단, O 는 원의 중심이다.)



① $90°$, 4, $80°$ ② $90°$, 3, $80°$ ③ $90°$, 4, $75°$

④ $80°$, 5, $75°$ ⑤ $80°$, 4, $75°$

해설

1) 호의 길이는 원주각의 크기에 비례하므로

$30° : a = 4 : 6$ (a 는 x 의 원주각)

$\therefore\ a = 45°$

$\therefore\ x = 2a = 2 \times 45° = 90°$

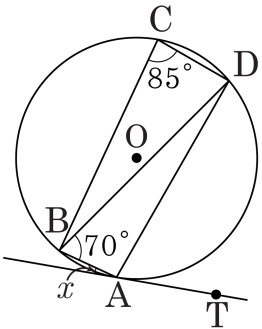
2) $25° \ : \ 50° = y \ : \ 8$

$\therefore\ y = 4$

3) $25° : z = 3 : 9$

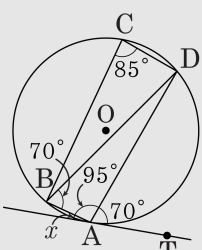
$\therefore\ z = 75°$

19. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?



① 11° ② 12° ③ 13° ④ 14° ⑤ 15°

해설

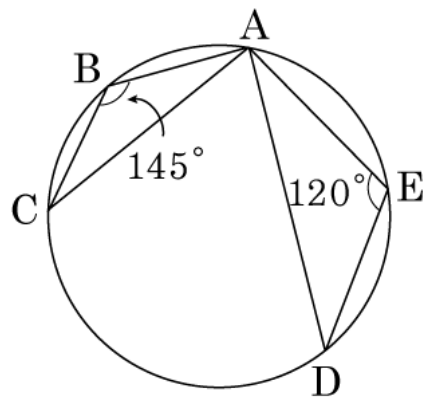


$\angle BAD + \angle C = 180°$ 이므로

$\angle BAD = 95°$

$\angle x = \angle ADB = 180° - 70° - 95° = 15°$

20. 다음 그림에서 $\angle ABC = 145^\circ$ 이고 $\angle AED = 120^\circ$ 라 할 때, $\angle CAD$ 의 크기는?



① 50° ② 60° ③ 65° ④ 75° ⑤ 85°

해설

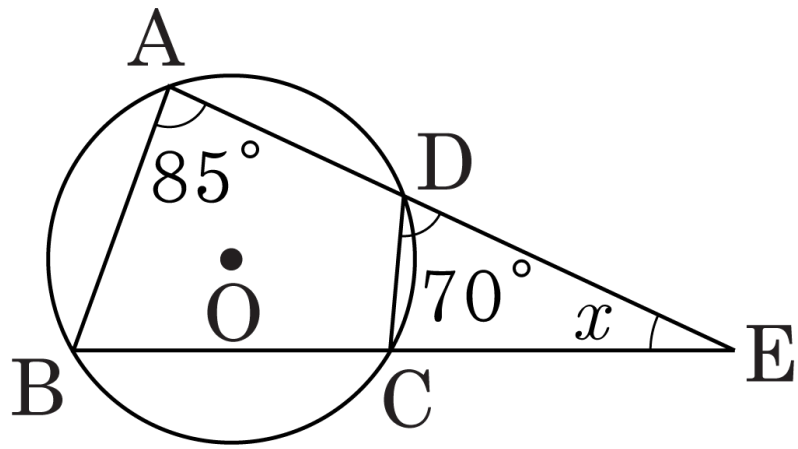
점 C 와 E 를 연결하면 $\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$

$\angle AEC = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

$\angle CED = 120^\circ - 35^\circ = 85^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{CD}$ 의 원주각은 $\angle CAD = \angle CED = 85^\circ$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

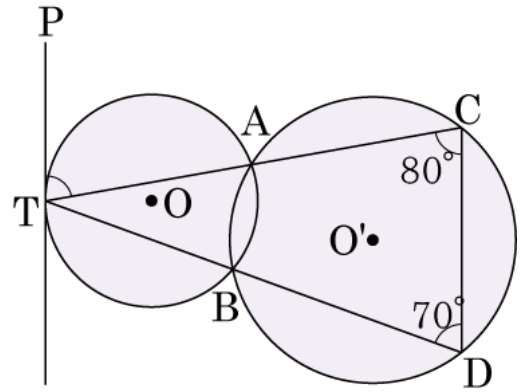
▷ 정답 : 25°

해설

$\angle DCE = 85°$

$\angle x = 180° - 85° - 70° = 25°$

22. 다음 그림과 같이 직선 PT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle ATP$ 의 크기는?

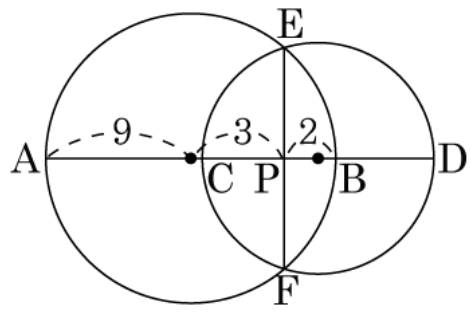


① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 80°

해설

점 A 와 점 B 를 이으면
원 O 에서 $\angle ATP = \angle ABT$
원 O′ 에서 □ABDC 는 내접하므로
$\angle ABT = \angle C = 80°$
따라서 $\angle ATP = \angle C = 80°$

23. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 가 두 원의 공통인 현이고, $\overline{AC} = 9$, $\overline{CP} = 3$, $\overline{BP} = 2$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 값을 구하여라.



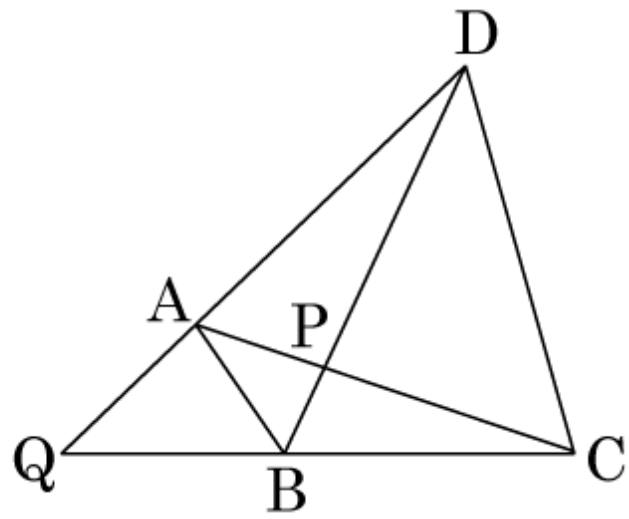
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP} \times \overline{DP}$ 이므로 $(9 + 3) \times 2 = 3 \times (2 + \overline{BD})$,
$2 + \overline{BD} = 8$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = 6$

24. 다음 조건을 만족할 때, □ABCD가 원에 내접하지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

② $\overline{QA} \times \overline{QD} = \overline{QB} \times \overline{QC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

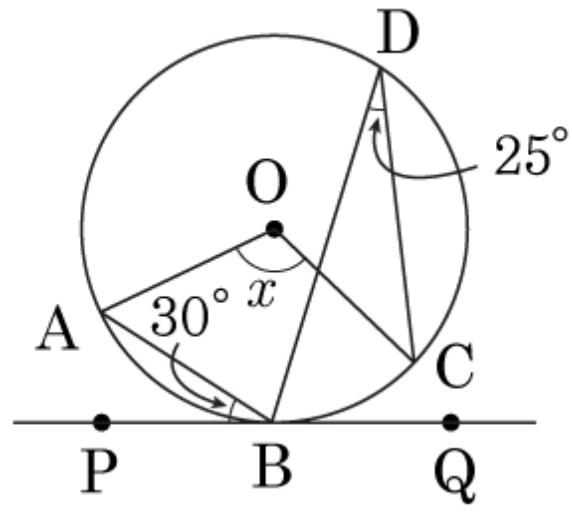
④ $\angle ABQ = \angle ADC$

⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

해설

□ABCD 가 원에 내접하려면
$\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이어야 한다.

25. 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선이고 점 B 가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 110°

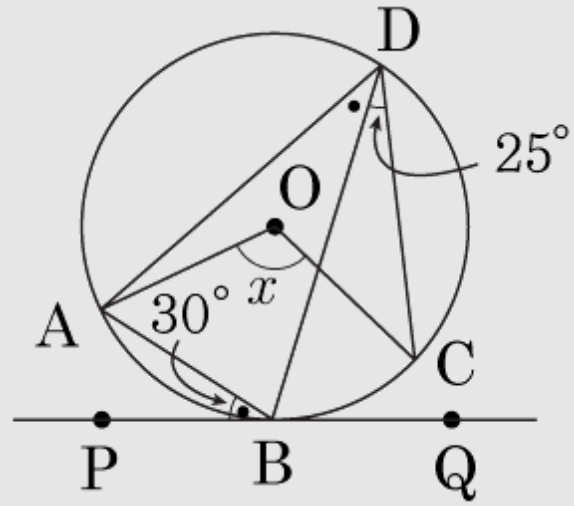
해설

점 A 와 D 에 보조선을 그으면

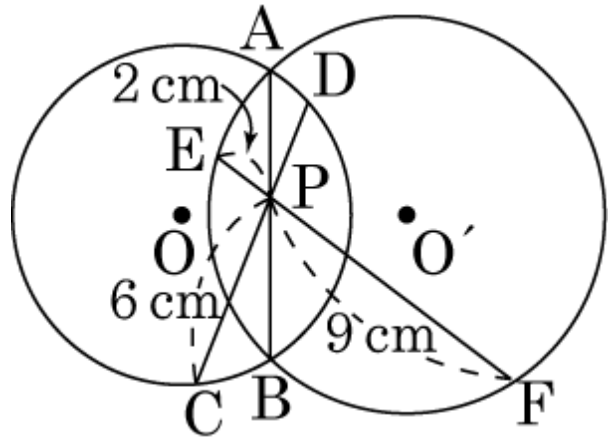
$\angle ABP = \angle ADB = 30°$ 이므로

$\angle ADC = 55°$

$\therefore \angle x = 55° \times 2 = 110°$



26. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O′의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 2\,\text{cm}$, $\overline{PF} = 9\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

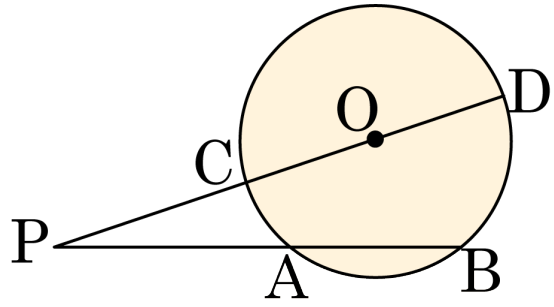
원 O에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

원 O′에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$\therefore\ \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$6 \times \overline{PD} = 2 \times 9 \qquad \therefore\ \overline{PD} = 3\,(\text{cm})$

27. 다음 그림과 같이 원 O의 외부의 점 P에서 두 직선을 그어 원 O와의 교점을 A, B, C, D라 하고, 현 CD는 원의 중심을 지난다. 이때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 7\,\text{cm}$)



▶ 답 : _____ cm

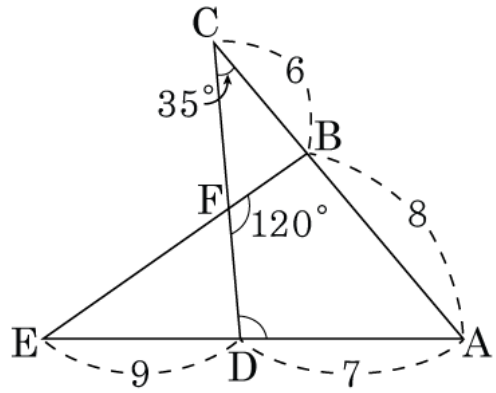
▷ 정답 : 4 cm

해설

반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서 $6(6+2r) = 7(7+5)$

$\therefore\ r = 4\ (\text{cm})$

28. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\text{cm}$ 이고, $\angle BFD = 120°$, $\angle FCB = 35°$ 일 때, $\angle ADF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 95°

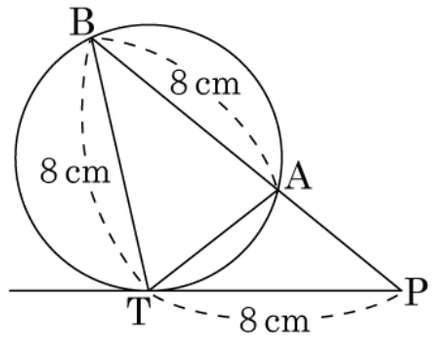
해설

$8 \times (8+6) = 7 \times (7+9)$ 이므로 네 점 B, C, E, D 는 한 원 위에 있다.

$\angle BCF = \angle DEF = 35°$ 이고 $\angle EFD = 180° - 120° = 60°$ 이므로

$\angle ADF = 35° + 60° = 95°(\because$ 외각) 이다.

29. 다음 그림에서 직선 PT 는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 8$ cm 일 때, $\overline{AT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-4+4\sqrt{5}$

해설

$\overline{PT}$ 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$

$\angle APT = \angle ABT$ 이므로

$\angle ATP = \angle APT$

따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.

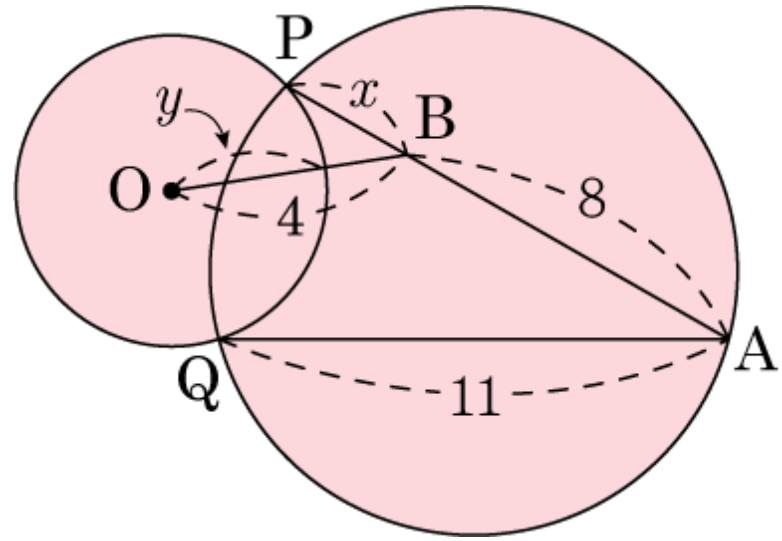
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면

$8^2 = x \times (x+8)$

$x^2 + 8x - 64 = 0$ $\quad \therefore\ x = -4+4\sqrt{5}\ (\because\ x > 0)$

30. 두 원의 교점 P, Q 를 지나는 작은 원의 두 접선이 큰 원 위의 점 A 에서 만난다. 점 O 는 작은 원의 중심이고 점 B 는 $\overline{AP}$ 위의 한 점이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AQ} = 11$ 일 때, 선분 PB 의 길이 x 와 작은 원의 반지름 y 의 곱을 구하면?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ 9

해설

$\overline{AP}=\overline{AQ}$ 이므로 $x + 8 = 11 \therefore\ x = 3$

$x^2 = (4 - y)(4 + y)$

$9 = 16 - y^2$

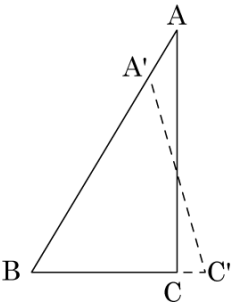
$y^2 = 7$

$y > 0$ 이므로

$y = \sqrt{7}$

$\therefore xy = 3\sqrt{7}$

31. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 20% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 20% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?



① 변함이 없다. ② 1% 줄어든다.

③ 4% 줄어든다. ④ 4% 늘어난다.

⑤ 10% 줄어든다.

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하면

$\overline{A'B} = \frac{80}{100}x = \frac{4}{5}x$

$\overline{BC'} = \frac{120}{100}y = \frac{6}{5}y$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy\sin B$ 이고,

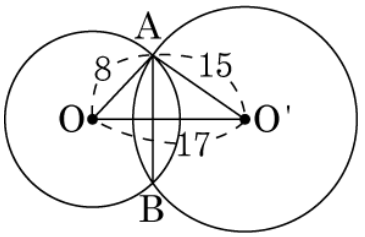
$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \times \frac{6}{5}y \times \sin B = \frac{24}{25} \times \frac{1}{2}xy\sin B$$
$$= \frac{24}{25}\triangle ABC$$

그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{24}{25} \times 100 = 96\,(\%)$ 이므로 4% 줄어든다.

32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 8, 15 인 두 원이 두 점 A, B 에서 만나고 중심 사이의 거리가 17 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{240}{17}$ cm

해설

$\triangle AOO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{AO'}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90°$ 이다. 점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{AO'} = \frac{1}{2} \times \overline{OO'} \times \overline{AH}$

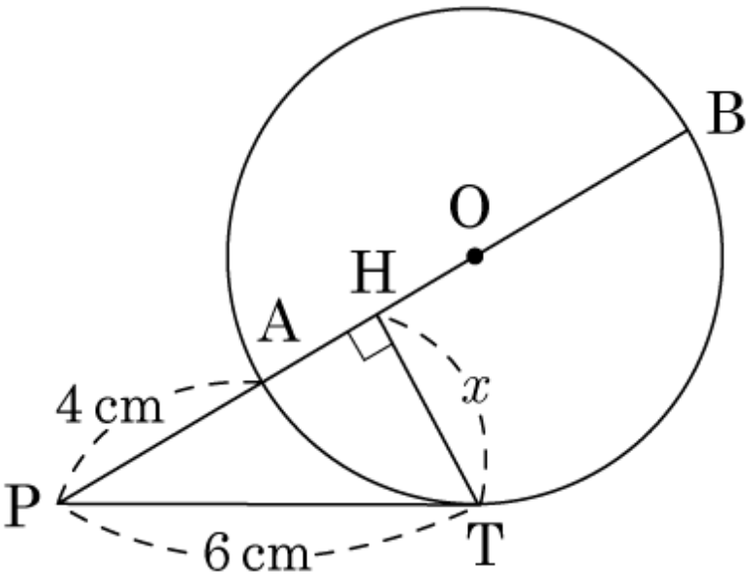
$AO \times \overline{AO'} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$

$8 \times 15 = 17 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{120}{17}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{240}{17}(\text{cm})$

33. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?



① $\frac{30}{13}$ cm ② $\frac{29}{13}$ cm

③ $\frac{28}{13}$ cm ④ $\frac{27}{13}$ cm

⑤ 2 cm

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

$6^2 = 4(4 + 2r)$

따라서, 원의 반지름은 $\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \backsim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH}$ 이므로 $4 + \frac{5}{2} : 6 = \frac{5}{2} : x$

$\therefore\ x = \frac{30}{13}(\text{cm})$