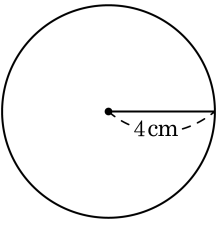


1. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

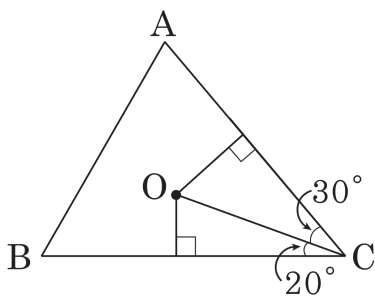
▷ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.

따라서 $2 \times 4 = 8(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



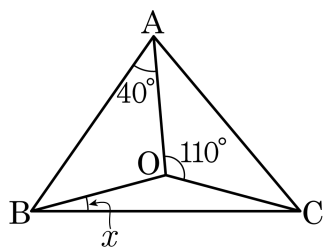
▶ 답: — ○

▶ 정답 : 60°

해설

$$\begin{aligned} \overline{OB} &= \overline{OC} \text{ 이므로 } \angle OBC = 20^\circ \\ \angle OAB + \angle OBC + \angle OCA &= 90^\circ \text{ 에서 } \\ \angle OAB &= 90^\circ - (20^\circ + 30^\circ) = 40^\circ \\ \overline{OA} &= \overline{OB} \text{ 이므로 } \angle OBA = 40^\circ \\ \therefore \angle B &= 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

3. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

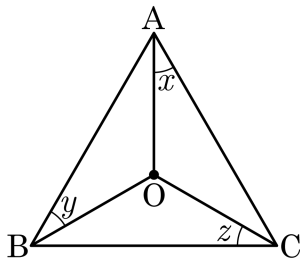


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$
 $\therefore \angle OCA = 35^\circ$
 $\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90^\circ$, $\angle x = 90^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

4. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $x + y + z$ 의 크기는?



- ① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$$\angle OAC = \angle OCA$$

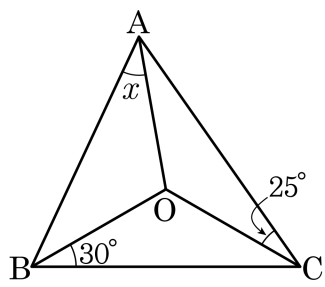
$$\angle OCB = \angle OBC$$

$$\angle OAB = \angle OBA$$

즉, $\triangle ABC$ 의 내각의 합은 $2x + 2y + 2z = 180^\circ$ 이므로

$x + y + z = 90^\circ$ 이다.

5. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

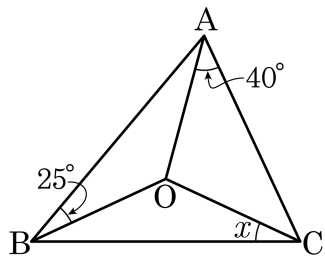


- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \angle x = 35^\circ$

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle CAO = 40^\circ$, $\angle ABO = 25^\circ$ 일 때, $\angle BCO$ 의 크기는?



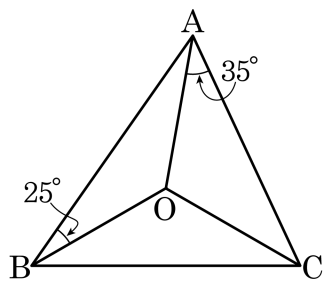
- ① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB$ 의 크기는?

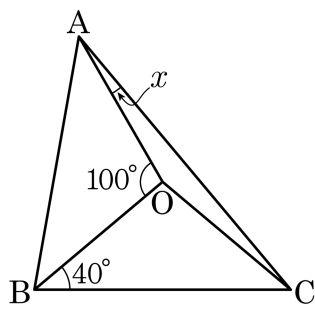


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$$\begin{aligned}\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB &= 90^\circ \\ \therefore \angle OCB &= 90^\circ - 35^\circ - 25^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

8. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

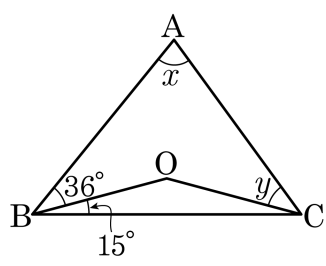


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 36°

해설

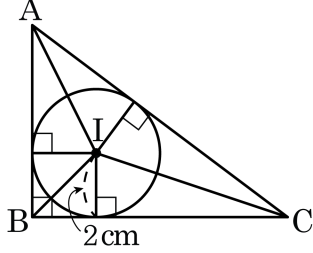
$$2\angle OAC = 180^\circ - (36^\circ \times 2 + 15^\circ \times 2) = 78^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 39^\circ = \angle y$$

$$\angle x = 36^\circ + 39^\circ = 75^\circ$$

$$\angle x - \angle y = 75^\circ - 39^\circ = 36^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

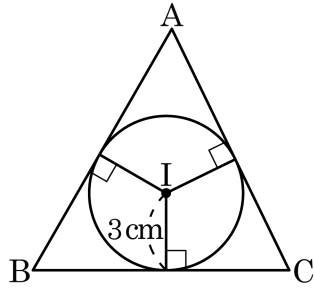
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

12. 다음 그림에서 반지름의 길이가 3cm 인 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 20cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$ cm

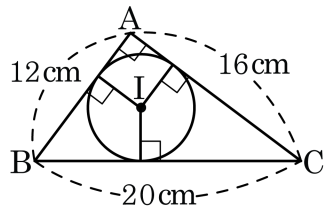
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로, 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 3 = 20$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \frac{40}{3}(\text{cm})$$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



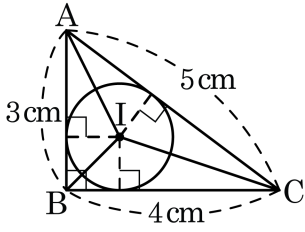
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12 + 16 + 20)x = 96\text{cm}^2$
 $\therefore x = 4\text{cm}$

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?

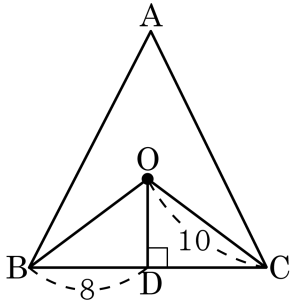


- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는
내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3 + 4 + 5)x = 6$
 $\therefore x = 1\text{cm}$

15. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

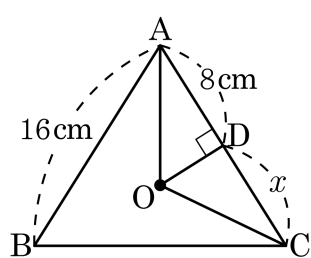


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

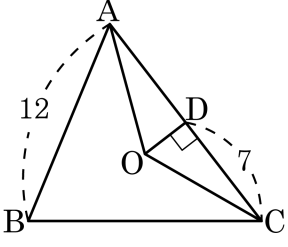
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (RHS 합동)

$\therefore x = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

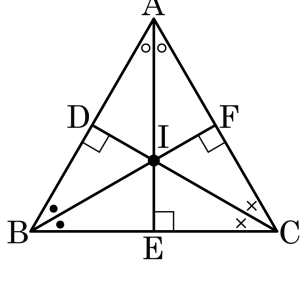


- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$ 이다.

18. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle IBE$ 와 $\triangle IBD$ 에서
 $\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ$,
 $\overline{IB}$ 는 공통변,
 $\angle IBE = \angle IBD$ 이므로
 $\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{ID} = \boxed{\hspace{1cm}} \dots \textcircled{1}$
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
 $\therefore \boxed{\hspace{1cm}} = \overline{IF} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서
 $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

- ① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$ 가 들어간다.

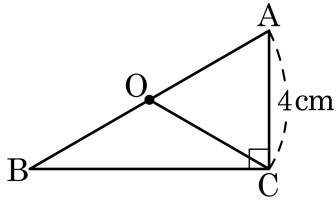
19. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

20. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

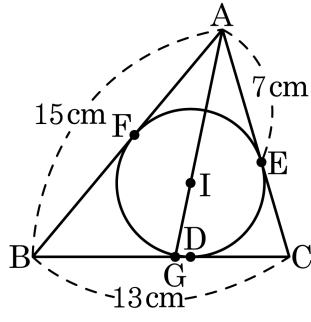


- ① 10°
- ② 20°
- ③ 30°
- ④ 40°
- ⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 30^\circ$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로

$\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

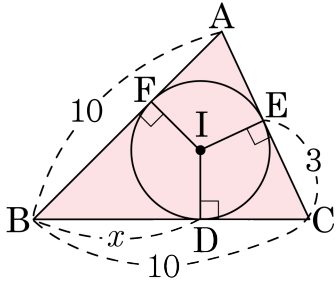
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



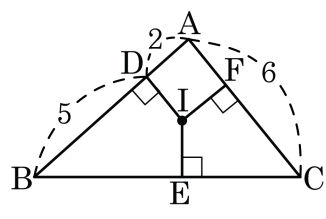
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$ 이다.
 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
 $\therefore x = \overline{BD} = 7$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?

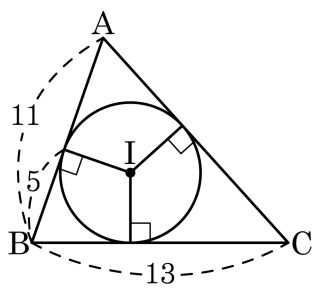


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$ 이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$ 이다.
 $\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$ 이므로
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$$