

1. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

2. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

3. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

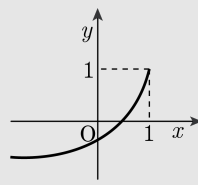
$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \sqrt{2(x-a)} + 1 + 2 + b$
 $= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$
이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로
 $a = 2, -2a+1 = b, 2+b = c$
따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로
 $\therefore a + b + c = -2$

4. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는
 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한
다음 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는
제 2 사분면을 지나지 않는다.

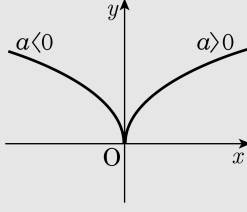


5. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



6. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c (a > 0)$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq 1 \}$ 이고,
치역이 $\{ y \mid y \geq 2 \}$ 일 때, $\frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a}$ 의 최솟값을 구하면?

① $-\sqrt{2}$

② 1

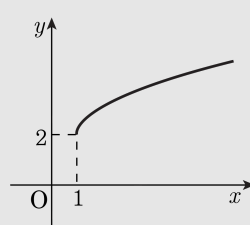
③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $2\sqrt{2} + 2$

해설

정의역과 치역의 조건에 의하여 주어진 무리함수의 그래프는 다음과 같다.
즉 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ 의 형태임을 알 수 있다.



$y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 비교해보면 $b = -a, c = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a} = \frac{2a^2 + 4 + 2a}{2a} = a + \frac{2}{a} + 1$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$$

따라서 $a + \frac{2}{a} + 1 \geq 2\sqrt{2} + 1$ 이므로

최솟값은 $2\sqrt{2} + 1$ 이다.

7. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

- ① $\{y \mid y \geq 1\}$ ② $\{y \mid y \leq 3\}$ ③ $\{y \mid y \geq 3\}$
④ $\{y \mid y \leq 5\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$a - x \geq 0$ 에서 $x \leq a$

$\therefore a = 4$

$y = -\sqrt{4-x} + b$ 의 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지나므로 $2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$

$\therefore b = 5$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

8. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

9. 함수 $y = -\sqrt{6-3x} + a$ 의 그래프가 제 1, 2, 3 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

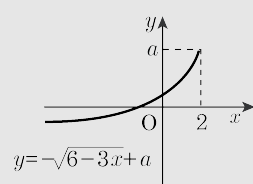
① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$y = -\sqrt{6-3x} + a = -\sqrt{-3(x-2)} + a$$

주어진 함수는 $y = -\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 2, 3 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y > 0$ 이어야 한다.



$-\sqrt{6} + a > 0$ 이므로 $a > \sqrt{6}$
따라서 정수 a 의 최솟값은 3 이다.

10. 다음 중 함수의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것을 모두 고르면?

① $y = \sqrt{2x} - 1$

② $y = \sqrt{x} + 1$

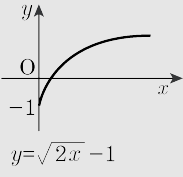
③ $y = -\sqrt{2-x}$

④ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

⑤ $y = \sqrt{1-x} + 1$

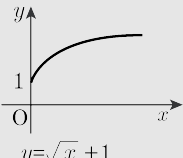
해설

① 제 1, 4 사분면을 지난다.



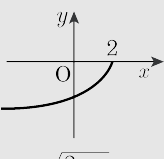
$y = \sqrt{2x} - 1$

② 제 1 사분면을 지난다.



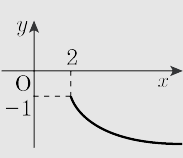
$y = \sqrt{x} + 1$

③ 제 3, 4 사분면을 지난다.



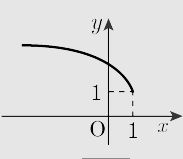
$y = -\sqrt{2-x}$

④ 제 4 사분면을 지난다.



$y = -\sqrt{x-2} - 1$

⑤ 제 1, 2 사분면을 지난다.



$y = \sqrt{1-x} + 1$

따라서 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것은 ③, ④이다.

11. 다음 보기에서 무리함수 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

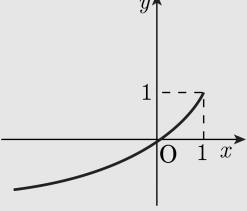
보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
- ㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉤ $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

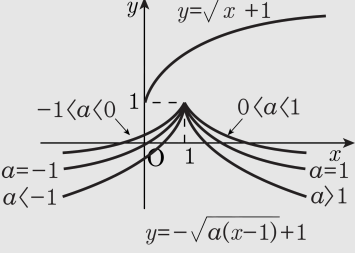
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는 $y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$
 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한
것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢ $a > 0$ 또는 $a < 0$ 일 때
항상 $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$
㉤ $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는
아래와 같으므로 $y = \sqrt{x} + 1$ 의
그래프와 만나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



12. 함수 $y = a\sqrt{x}$ 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq 0$)

- ㉠ 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

㉡ $a > 0$ 이면 제 2 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

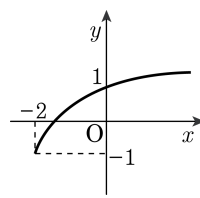
해설

㉡ $a > 0$ 이면 제 1 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢ 이다.

13. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로

c 만큼 평행 이동시킨 것이므로

$$b = 2, c = -1$$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

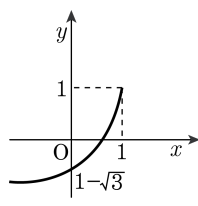
$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

14. 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

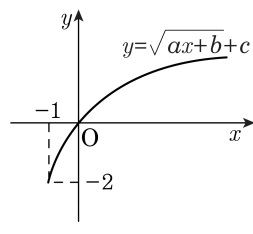
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

주어진 그림은 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한
 것이므로 $y-1 = -\sqrt{a(x-1)}$
 즉 $y = -\sqrt{a(x-1)}+1$
 그런데 이 그래프가 점 $(0, 1-\sqrt{3})$ 을 지나므로
 $1-\sqrt{3} = -\sqrt{-a}+1,$
 $\therefore a = -3$
 $\therefore y = -\sqrt{-3(x-1)}+1$
 $\therefore a+b+c = (-3)+3+1 = 1$

15. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

16. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

17. $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y = \sqrt{3x+a} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) $x = -\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

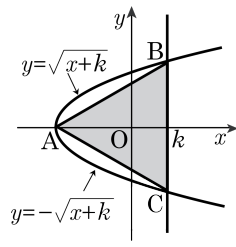
$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii) $x = \frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서 $a+b = 1+5 = 6$

18. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = \sqrt{x+k}$, $y = -\sqrt{x+k}$ 의 그래프의 교점을 A, 두 그래프와 직선 $x = k$ 의 교점을 각각 점B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 64이다. 이 때, 실수 k 의 값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

해설

점 A의 좌표는 $(-k, 0)$ 이고,
 $y = \sqrt{x+k}$ 에서 $x = k$ 일 때, $y = \sqrt{2k}$
 $y = -\sqrt{x+k}$ 에서 $x = k$ 일 때, $y = -\sqrt{2k}$
 이므로 두 점 B, C의 좌표는 각각
 $B(k, \sqrt{2k})$, $C(k, -\sqrt{2k})$ 이다.
 따라서 삼각형 ABC의 넓이는
 $\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2k} \cdot 2k = 64$, $k\sqrt{2k} = 32$
 양변을 제곱하면 $2k^3 = 32^2$, $k^3 = 512$
 이 때, k 는 실수이므로
 $\therefore k = 8$

19. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
 ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$$\sqrt{x+1} = x+k$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 (x \geq -1)$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 (x \geq -1)$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$$

$$-4k + 5 = 0$$

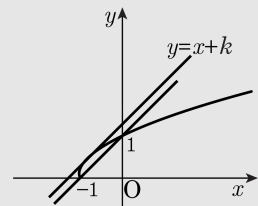
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(i), (ii) 에 의하여

$$\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$$



20. 두 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 갖도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 \leq k < \frac{13}{4}$ ② $2 \leq k < \frac{13}{4}$ ③ $3 \leq k \leq \frac{13}{4}$
 ④ $3 < k < \frac{13}{4}$ ⑤ $3 \leq k < \frac{13}{4}$

해설

직선과 포물선이 접하려면 $\sqrt{x+3} = x+k$

$$\therefore x+3 = (x+k)^2$$

$x^2 + (2k-1)x + (k^2-3) = 0$ 에서

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-3) = 0$$

$$4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 12 = 0$$

$$\therefore -4k + 13 = 0$$

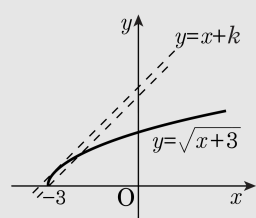
$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

또, 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -3 + k \quad \therefore k = 3$$

따라서 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때의 k 의 값의 범위는

$$3 \leq k < \frac{13}{4}$$



21. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때 $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) = 6$$

22. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ 에 대하여

$(f \circ g)(a) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(g \circ f)(4a)$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

해설

$$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(\sqrt{a}) = \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} = \frac{1}{2}, \quad 2\sqrt{a} = 1 + \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ f)(4a) &= (g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

23. $x \geq -1$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \sqrt{x+1}$ 로 정의된 함수 f 의 역함수를 f^{-1} 이라고 할 때 모든 양수 t 에 대하여 $\frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2}$ 를 옳게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{t+1}$
 ④ $\frac{t-1}{t+1}$

② $\frac{t}{t+1}$
 ⑤ $\frac{2t}{t-1}$

③ $\frac{2t-2}{t+1}$

해설

$f(x) = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)에서
 역함수 $f^{-1}(x)$ 를 구하여 $f^{-1}(t)$ 로 나타내면
 $y = \sqrt{x+1} \rightarrow y^2 = x+1 \rightarrow x = y^2 - 1$
 $\therefore f^{-1}(x) = x^2 - 1$ ($x \geq 0$)
 $\therefore f^{-1}(t) = t^2 - 1$
 $\therefore \frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2} = \frac{t^2 - 1}{(t+1)^2} = \frac{t-1}{t+1}$

24. 함수 $y = \sqrt{x-3}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 3$

② $y = \sqrt{x+3}$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = x^2 - 3 \ (x \leq 1)$

⑤ $y = x^2 + 3 \ (x \geq 0)$

해설

$y = \sqrt{x-3}$ 의 정의역과 치역은
각각 $x \geq 3$, $y \geq 0$ 이고 양변을 제곱하면
 $y^2 = x-3$, $x = y^2 + 3$
 $\therefore y = x^2 + 3 \ (x \geq 0, y \geq 3)$

25. 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x-a} + 2$ 의 그래프와 그 역함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 4

해설

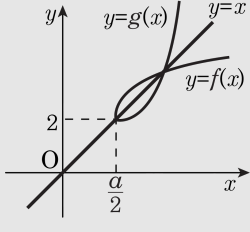
다음 그림에서 알 수 있듯

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교

점은

$y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = x$ 의 교점과 같다.



두 교점의 좌표를 각각 (α, α) , (β, β) 라 하면

두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이므로

$$\sqrt{(\alpha - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = 4 \cdots \textcircled{1}$$

한편, $f(x) = \sqrt{2x-a} + 2$ 와

$y = x$ 의 교점의 x 좌표는

$$\sqrt{2x-a} + 2 = x \text{ 에서 } \sqrt{2x-a} = x - 2$$

양변을 제곱하여 정리하면 $x^2 - 6x + 4 + a = 0$

이 이차방정식의 두 근이 α, β 이므로

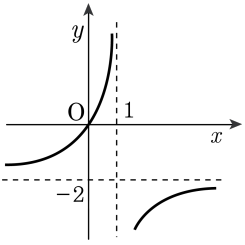
근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = 4 + a$

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에서

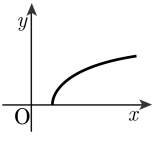
$$4 = 36 - 4(4 + a), \quad 4 + a = 8$$

$$\therefore a = 4$$

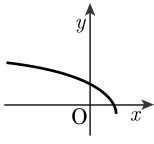
26. 함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



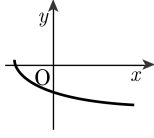
①



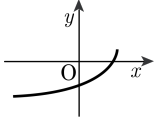
②



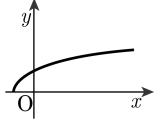
③



④



⑤



해설

점근선이 $x = 1, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \dots \textcircled{1}$$

①이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

$$\text{따라서 } a = 1, b = -2, c = 0$$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.

27. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

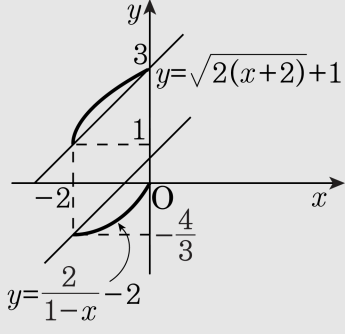
28. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1, y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다 아래에 있으므로 $r < 3$
 또한, $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다 위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{2}{3} < r < 3$
 따라서 $r_1 = \frac{2}{3}, r_2 = 3$ 이므로
 $\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

29. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2 - k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

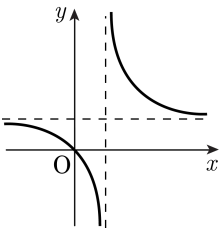
$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

30. 다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- ①

②
- ③

④
- ⑤

해설

점근선이 $x = \text{양수}$, $y = \text{양수}$ 이므로
 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 에서 $a < 0$, $c > 0$
 그리고 원점을 지나므로
 $\frac{b}{a} + c = 0$, $b = -ac > 0$
 $\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$
 꼭짓점 $(-\frac{c}{b}, a)$, $(-\frac{c}{b} < 0, a < 0)$
 루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

31. $\sqrt{x+2} = x+k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 때 실수 k 의 값의 범위는? (단, k 는 상수)

① $2 < k < \frac{9}{4}$

② $2 \leq k < \frac{9}{4}$

③ $k > \frac{9}{4}$

④ $k < 2$

⑤ $2 < k \leq \frac{9}{4}$

해설

$y = \sqrt{x+2} \dots\dots\dots ①$

$y = x+k \dots\dots\dots ②$ 라 하면

그림에서 ②의 그래프는 기울기가 1이고 k 값의 변화에 따라 달라진다.

그런데 곡선 ①과 직선 ②가 서로 접하는 경우는

$\sqrt{x+2} = x+k \rightarrow x+2 = (x+k)^2 \rightarrow x^2 + 2kx + k^2 - x - 2 = 0$

$\rightarrow x^2 + (2k-1)x + k^2 - 2 = 0 \dots\dots\dots ③$

①, ②가 서로 접하려면 ③의 $D = 0$ 이어야 한다.

$\therefore (2k-1)^2 - 4(k^2-2) = 0, 4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8 = 0$

$-4k + 9 = 0, 4k = 9$

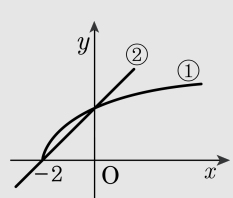
$\therefore k = \frac{9}{4}$

또 직선 ②가 $(-2, 0)$ 을 지날 경우

$0 = -2 + k$

$\therefore k = 2$

따라서 구하는 k 의 범위는 $2 \leq k < \frac{9}{4}$



32. 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고 $f(1) = 1$, $g(\sqrt{x+a}-1) = x+b$ 일 때 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

g 가 f 의 역함수이므로 $g = f^{-1}$
 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$ 에서
 $\sqrt{x+a}-1 = f(x+b)$
양변에 x 대신 $x-b$ 를 대입하면
 $\sqrt{(x-b)+a}-1 = f(x-b+b)$
 $\therefore f(x) = \sqrt{x+a-b}-1$
 $f(1) = 1$ 이므로
 $f(1) = \sqrt{1+a-b}-1 = 1$
 $\sqrt{1+a-b} = 2, 1+a-b = 4$
 $\therefore a-b = 3$

33. 곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 x 축 위의 점 $(a, 0)$ 으로 부터 그은 두 접선이 직교하도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 접하는 직선의 기울기를 m 이라 하면,
그 접선은 점 $(a, 0)$ 을 지나므로 $y = m(x - a)$
이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면,
 $(mx - am)^2 - 2(mx - am) + 4x - 3 = 0$
 $m^2x^2 - 2(am^2 + m - 2)x + a^2m^2 + 2am - 3 = 0$
 $\frac{D}{4} = (am^2 + m - 2)^2 - m^2(a^2m^2 + 2am - 3) = 0$
정리하면, $(1 - a)m^2 - m + 1 = 0$
 m 의 두 근을 α, β 라 하면,
두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta = -1$ 이어야 하므로
 $\alpha\beta = \frac{1}{1 - a} = -1$
 $\therefore a = 2$