

1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(2, 2)$ 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 3)$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$

$(2, 2)$ 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$

따라서 구하는 식은

$y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b = 2, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

2. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x-3)(x-1)$

② $y = -2(x+3)(x-1)$

③ $y = 2(x+3)(x-1)$

④ $y = -2(x-3)(x-1)$

⑤ $y = -2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로

$y = a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면

$$10 = a(2+3)(2-1)$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x+3)(x-1)$$

3. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

$$y = x^2 + 2bx + c$$

$$= (x - 1)^2 + 3$$

$$= x^2 - 2x + 4$$

$$\therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

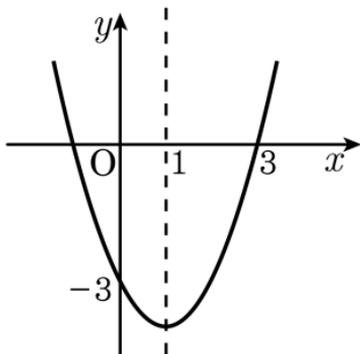
해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -4$$

6. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$y = a(x - 1)^2 + q$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } a + q = -3 \quad \dots\dots (1)$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 4a + q = 0 \quad \dots\dots (2)$$

$$(2) \text{ 에서 } (1) \text{ 을 빼면, } 3a = 3$$

$$\therefore a = 1, q = -4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 이 중근을 가질 때, b 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{17}{32}$

해설

$x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 가 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4(a-1)^2 - (a-2b) = 4a^2 - 9a + 4 + 2b = 0$$

$$\therefore b = -2a^2 + \frac{9}{2}a - 2 = -2\left(a - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{17}{32}$$

따라서 $a = \frac{9}{8}$ 일 때, b 는 최댓값 $\frac{17}{32}$ 을 갖는다.