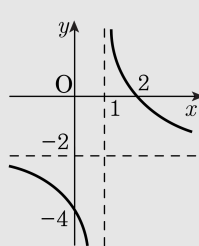


1. $y = \frac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② 치역은 $\mathbb{R} - \{-2\}$ 이다.
- ③ 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ④ 점근선은 $x = 1$, $y = -2$ 이다.
- ⑤ 정의역은 $\mathbb{R} - \{1\}$ 이다.

해설

$y = \frac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프로 다음 그림과 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ①이다.



2. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

3. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

- ① $x = 0, y = 3$ ② $x = 0, y = -3$ ③ $x = 1, y = 3$
④ $x = -1, y = 3$ ⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

4. 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($k \neq 0$) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $k > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ㉡ $k < 0$ 이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉢ $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

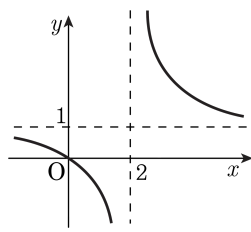
- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은 $x = 1, y = 3$ 이다.
㉠, ㉢ : $0 < k \leq 3$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.
㉡ : $k < 0$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $\therefore$ ㉡, ㉢ 이 참.

5. 함수 $y = \frac{ax-b}{-2x+c}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$ 의 값을 구하면?
(단, a, b, c 는 상수)

- ① 2 ② 1 ③ 0
④ 1 ⑤ -2



해설

$$\begin{aligned} \text{분수함수 } y &= \frac{ax-b}{-2x+c} \\ &= \frac{ax-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{ac}{2}-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} - \frac{a}{2} \text{의 점근선의} \end{aligned}$$

방정식은 $x = \frac{c}{2}$, $y = -\frac{a}{2}$ 이므로

$$\frac{c}{2} = 2, \quad -\frac{a}{2} = 1$$

즉, $c = 4$, $a = -2$ 이므로 $y = \frac{-2x-b}{-2x+4}$

또한, 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{-b}{4} \therefore b = 0$$

$$\therefore a+b+c = 2$$

6. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-2}$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore k = -3$

7. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

8. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, \ a = 1, \ b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

9. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

㉠ $y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

10. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

- ① $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ② $y = \frac{2x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

$$\textcircled{1} \ y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} \ y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$$

$$\textcircled{3} \ y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$$

$$\textcircled{4} \ y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$$

$$\textcircled{5} \ y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

11. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
II. $y = \frac{2}{x-1}$
III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

12. 함수 $y = \frac{1}{x+2} + 2$ 의 그래프가 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점근선의 교점이 $(-2, 2)$ 이므로
두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$ 에 대하여
대칭이 되려면 $a = 1$, $c = -1$
따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$
 $\therefore y = x + 4$ 또는 $y = -x$
 $\therefore b = 4$, $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 4$

13. 두 함수의 그래프 $y = x - 1, y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점 (p, q) 에 대해 대칭인 유리함수 $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ 가 원점을 지난다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = x - 1$ 과 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점은

$$x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2, \quad 2x - 2 = -x + 4$$

$$\therefore x = 2, \quad y = 1 \quad \therefore (p, q) = (2, 1)$$

이 때, $(2, 1)$ 에 대해 대칭인 유리함수는

$$y = \frac{k}{x - 2} + 1 \text{ 이고 원점을 지나므로}$$

$$0 = \frac{k}{-2} + 1$$

$$\therefore k = 2$$

$$y = \frac{2}{x - 2} + 1 = \frac{2 + x - 2}{x - 2} = \frac{x}{x - 2}$$

$$= \frac{cx + d}{ax + b}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2, \quad c = 1, \quad d = 0$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

14. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

15. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 있다. 이 함수의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건은?

- ① $a - d = 0$ ② $a + d = 0$ ③ $ad = 1$
④ $ad = -1$ ⑤ $ad - bc = 0$

해설

$$\begin{aligned} y = \frac{ax+b}{cx+d} &= \frac{\frac{a}{c}(cx+b) - \frac{ab}{c} + b}{cx+d} \\ &= \frac{\frac{b}{c}(c-a)}{cx+d} + \frac{a}{c} = \frac{b(c-a)}{c(cx+d)} + \frac{a}{c} \end{aligned}$$

주어진 분수함수의 점근선은

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \text{ 이므로}$$

그래프는 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 에 대하여 대칭이다. 이때, 이 분수함수의

그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 은 직선

$y = x$ 위에 있다.

$$\therefore \frac{a}{c} = -\frac{d}{c}, a = -d$$

$$\therefore a + d = 0$$

16. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,

점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

17. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

18. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a$, $y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

- ① 6 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$$y = \frac{6}{x} \text{ 의 그래프를}$$

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{따라서 } m = 3, n = 1$$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3 \quad a = -1, b = 3$$

따라서 구하는 합은 6