1. x에 대한 이차방정식 $x^2+a(a-1)x+3a=0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x=1$을 대입하면

$1^2+a(a-1)+3a=0$

$a^2+2a+1=(a+1)^2=0$

$\therefore\ a=-1$

$x^2-1\cdot(-2)x-3=x^2+2x-3$

$=(x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=1,-3$ $\therefore\ x=-3$

2. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근을 a, b라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a + b = 3,\ ab = 1$이므로

$\therefore\ (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

3. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$ ② $x = \sqrt{2}$ ③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$ ⑤ $x = 6$

해설

$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$

$\therefore\ x = \sqrt{2}$

4. 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $x^2+2(k-a)x+k^2+b-3=0$이 k의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b의 값은?

① $a=1, b=2$ ② $a=0, b=3$ ③ $a=-1, b=2$

④ $a=0, b=2$ ⑤ $a=-1, b=3$

해설

중근을 가지려면, 편별식이 0이다.

$D' = (k-a)^2 - (k^2+b-3) = 0$

$\Rightarrow \quad -2ak + a^2 - b + 3 = 0$

모든 k에 대해 성립하려면

$-2a = 0,\ a^2 - b + 3 = 0$

$\therefore \quad a=0, b=3$

5. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$a = 2, b' = -2, c = 3$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2k^2 - k = 0$의 두 근의 차가 2일 때, k의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}, -1$ ② $-\frac{3}{2}, 1$ ③ $\frac{3}{2}, 1$

④ $\frac{1}{2}, -3$ ⑤ $-\frac{1}{2}, 3$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$에서 두근의 차는 $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ 주어진 방정석의 두근의 차는

$\sqrt{16 - 8k^2 + 4k} = 2$

$4k - 8k^2 + 16 = 4$

$2k^2 - k - 3 = 0$

$(k+1)(2k-3) = 0$

$\therefore\ k = -1$ 또는 $\frac{3}{2}$

7. n이 자연수이고 α_n, β_n이 이차방정식 $(n+\sqrt{n(n-1)})x^2-\sqrt{n}x-\sqrt{n}=0$의 두 실근일 때, $(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_{49})+(\beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{49})$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\left(n+\sqrt{n(n-1)}\right)x^2-\sqrt{n}x-\sqrt{n}=0$

근과 계수의 관계에 따라

$$\alpha_n+\beta_n=\frac{\sqrt{n}}{n+\sqrt{n(n-1)}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

$\alpha_1+\beta_1=\sqrt{1}-0$

$\alpha_2+\beta_2=\sqrt{2}-\sqrt{1}$

$\vdots$

$\alpha_{49}+\beta_{49}=\sqrt{49}-\sqrt{48}$

$(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_{49})+(\beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{49})$

$=(\alpha_1+\beta_1)+(\alpha_2+\beta_2)+\cdots+(\alpha_{49}+\beta_{49})$

$=1+(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{49}-\sqrt{48})$

$=\sqrt{49}=7$