

1. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2 + 4$

④ $y = -2 - x^2$

⑤ $y = x(10 - x)$

해설

이차항의 계수가 가장 큰 것은 $y = 3x^2 + 4$ 이므로 폭이 가장 좁다.

2. $y = -3(x - 2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?

① 3

② -3

③ 6

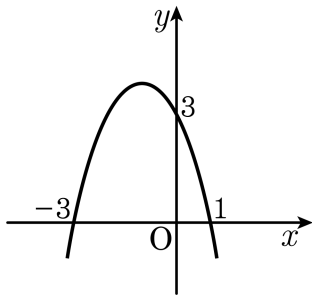
④ -6

⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6

② -2

③ 0

④ 4

⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

4. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10 + k$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰을 때, x 축과 만나지 않는 k 값의 범위가 $k > a$ 이다. a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차함수의 식을 정리하면

$y = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 10 + k = 2(x - 3)^2 - 8 + k$ 이므로
평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x - 4)^2 - 5 + k$ 이다.

이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

최솟값 $-5 + k$ 가 0 보다 커야 하므로 $k > 5$

따라서 $a = 5$ 이다.

6. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값은?

①

-1

② 5

③ -3

④ -6

⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a(2-1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

점 $(m, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = -(m-1)^2 - 2$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -1$$

7. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

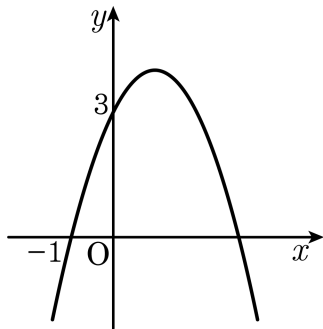
$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

8. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?



① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

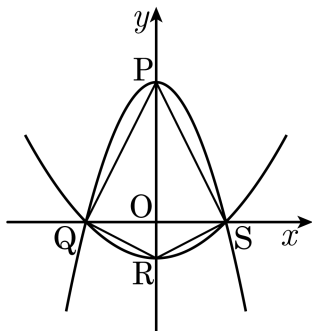
$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

9. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

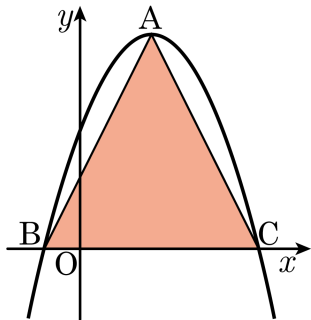
$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

10. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



① -2

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ -1

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

11. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$ 제 1 사분면

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

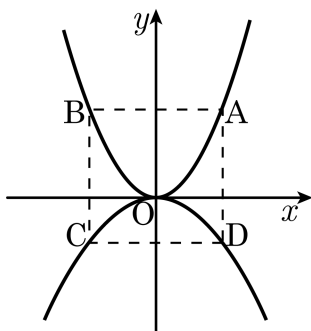
$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

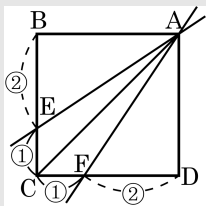
$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

13. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD 에 대하여 점 A 를 지나고 정사각형 ABCD 의 넓이를 3 등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각 넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{ 에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} = \frac{16}{9}$$

$$\text{직선 AF의 기울기는 } \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

14. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\&= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\&= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\&= -m^2 + 2m - 1 \\&= -(m^2 - 2m + 1) \\&= -(m-1)^2\end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.