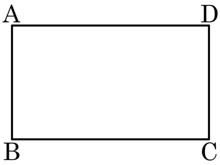
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질인 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

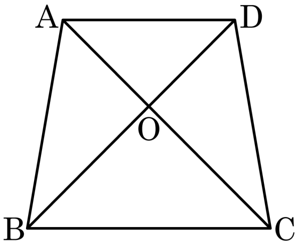
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다.
마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 쌍의 대변이 각각 평행하며, 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 사다리꼴이다. $\triangle ABC = 80\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① 20cm^2　　② 30cm^2　　③ 40cm^2

④ 50cm^2　　⑤ 60cm^2

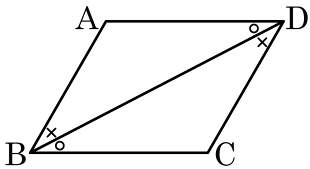
해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\triangle ABC = \triangle DCB = 80\text{cm}^2$

$\therefore \triangle OBC = \triangle DCB - \triangle DOC = 80 - 30 = 50(\text{cm}^2)$

3. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



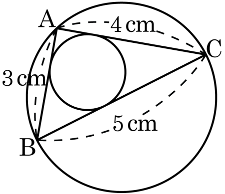
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B 와 점 D 를 이으면 △ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원과 외접원의 닮음비는?



① 1 : 3　② 2 : 3　③ 2 : 5

④ 5 : 9　⑤ 5 : 11

해설

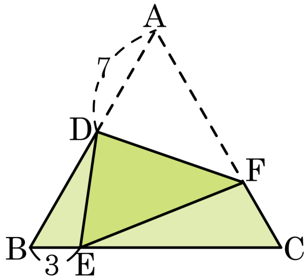
내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{3+4+5}{2} \times r = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$, $r = 1(\mathrm{cm})$

외접원의 반지름의 길이는 $\frac{5}{2} = 2.5(\mathrm{cm})$

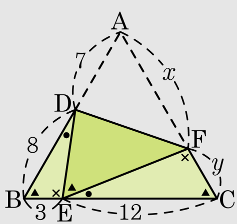
$\therefore$ 내접원과 외접원의 닮음비는 $1 : 2.5 = 2 : 5$ 이다.

5. 한 변의 길이가 15cm 인 정삼각형의 꼭짓점 A 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위의 점 E 에 겹치게 접었다. $\overline{\mathrm{BE}}$ 가 3cm 일 때, $\overline{\mathrm{AF}}$ 의 길이를 구하여라.



① $\dfrac{19}{2}$cm ② $\dfrac{21}{2}$cm ③ $\dfrac{23}{2}$cm
④ $\dfrac{25}{2}$cm ⑤ $\dfrac{27}{2}$cm

해설

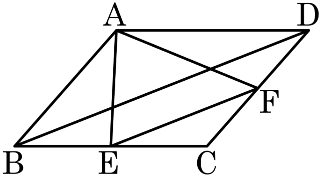


$8:12=3:y \qquad \therefore\ y=\dfrac{9}{2}$

$x=15-\dfrac{9}{2}=\dfrac{21}{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AF}}=\dfrac{21}{2}(\mathrm{cm})$

6. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{EF}//\overline{BD}$이다. $\triangle ABE = 20\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle AFD$의 넓이를 구하여라.



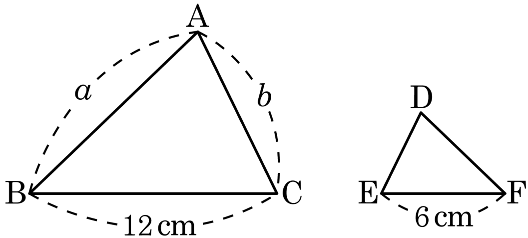
① $16\,\text{cm}^2$ ② $18\,\text{cm}^2$ ③ $20\,\text{cm}^2$ ④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{DE}$와 $\overline{BF}$를 그으면

$\triangle ABE = \triangle DBE = \triangle DBF = \triangle DAF$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$이다. $\overline{DE}$와 $\overline{DF}$의 길이를 a, b를 사용한 식으로 나타낸 것은? (단, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle F$)



① $\overline{DE} = \frac{b}{2}(cm)$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(cm)$

② $\overline{DE} = b(cm)$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(cm)$

③ $\overline{DE} = \frac{b}{2}(cm)$, $\overline{DF} = a(cm)$

④ $\overline{DE} = b(cm)$, $\overline{DF} = a(cm)$

⑤ $\overline{DE} = 2b(cm)$, $\overline{DF} = 2a(cm)$

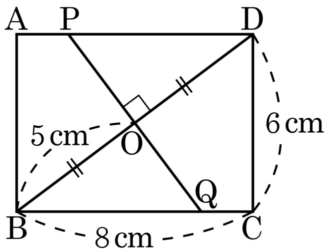
해설

두 도형의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FE} = 12 : 6 = 2 : 1$이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AC} : \overline{DE}$이므로 $\overline{DE} = \frac{b}{2}(cm)$이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{DF}$이므로 $\overline{DF} = \frac{a}{2}(cm)$이다.

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 5\,\text{cm}$ 이다. $\overline{PQ}$ 가 대각선 BD 를 수직이등분할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{15}{3}$ cm　　② $\dfrac{25}{3}$ cm　　③ $\dfrac{25}{2}$ cm

④ $\dfrac{15}{2}$ cm　　⑤ $\dfrac{15}{4}$ cm

해설

$\triangle$BCD 와 $\triangle$BOQ 에서

$\angle BCD = \angle BOQ$ ($\because$ 직각)

$\angle OBQ$ 는 공통

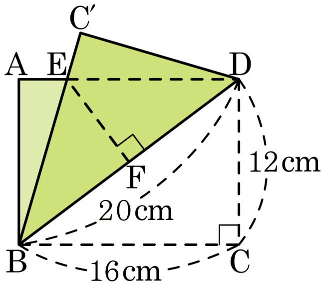
$\therefore$ $\triangle BCD \backsim \triangle BOQ$ (AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{BO} = \overline{CD} : \overline{OQ}$ 이므로 $8 : 5 = 6 : \overline{OQ}$

$\overline{OQ} = \dfrac{15}{4}(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{PQ} = \dfrac{15}{4} \times 2 = \dfrac{15}{2}(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$의 길이는?



① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm

④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설

□ABCD는 직사각형이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{C'D}} = 12\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BC'}} = 16\mathrm{cm}$

i) $\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{C'ED}$, $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{C'} = 90°$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{C'D}}$

$\therefore$ $\triangle\mathrm{AEB} \equiv \triangle\mathrm{C'ED}$ (ASA 합동)

합동인 두 도형의 대응변으로 $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{ED}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EBD}$는 이등변삼각형이다.

ii) 이등변삼각형의 꼭지각에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{\mathrm{BF}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{DB}} = 10\mathrm{cm}$

iii) $\angle\mathrm{C'BD}$는 공통, $\angle\mathrm{EFB} = \angle\mathrm{DC'B} = 90°$

$\therefore \triangle\mathrm{EFB} \backsim \triangle\mathrm{DC'B}$ (AA 닮음)

$10 : 16 = \overline{\mathrm{EF}} : 12$

$\therefore$ $\overline{\mathrm{EF}} = \dfrac{15}{2} = 7.5(\mathrm{cm})$