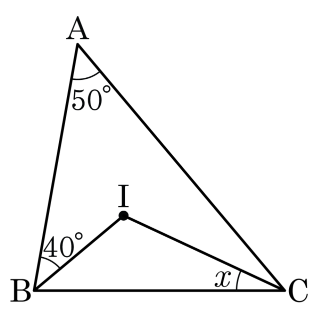
1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAB = 50°$, $\angle ABI = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $5°$　② $10°$　③ $15°$　④ $20°$　⑤ $25°$

해설

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ABI = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$

$2\angle x = 180° - (50° + 80°)$

$\therefore \angle x = 25°$

2. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO} = \overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

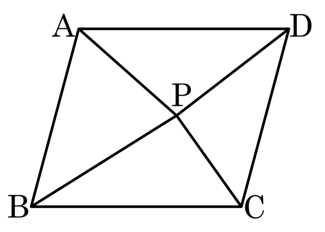
[가정] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{PO} = \overline{QO}$
[증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
$\angle PAO = \angle QOC$
$\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
$\therefore$ $\overline{PO} = \overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{OC}$이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 60cm^2 이다. 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle$PCD 의 넓이가 14cm^2 일 때, $\triangle$PAB 의 넓이= (   )cm^2 이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

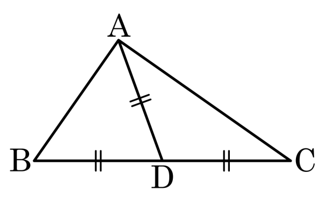
해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.

$60 \times \frac{1}{2} = 14 + \triangle\text{PAB}$ 이므로

$\therefore\ \triangle\text{PAB} = 16(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 <u>없는</u> 삼각형의 종류는 무엇인가?

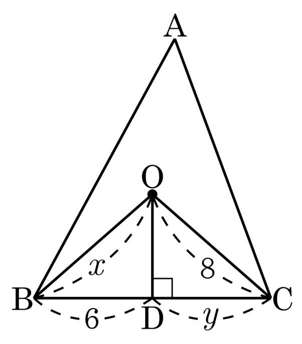


① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

5. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

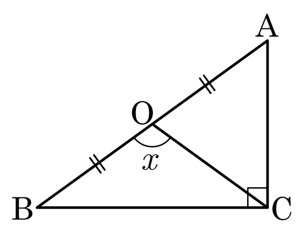


① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
$x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

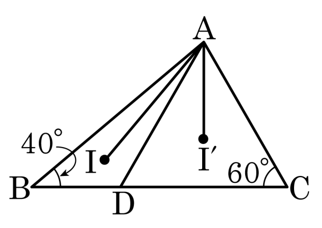


① 105°　② 106°　③ 107°　④ 108°　⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.
$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로
$\angle OCB = \dfrac{2}{2+3} \times 90° = \dfrac{2}{5} \times 90° = 36°$
$\angle OCA = \dfrac{3}{2+3} \times 90° = \dfrac{3}{5} \times 90° = 54°$
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고
삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

7. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

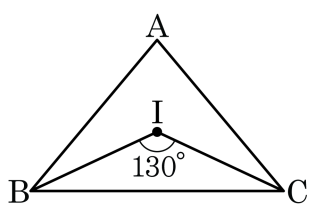


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80\,° = 40\,°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.



$\angle BIC = 130°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: _°

▷ 정답: 80_°

해설

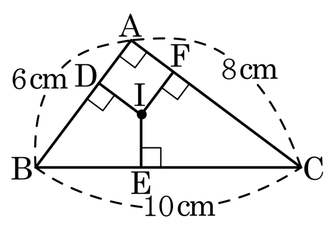
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$\frac{1}{2}\angle BAC = 40°$

$\therefore \angle BAC = 80°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AD}$의 길이는?



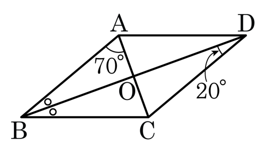
① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm

④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$이므로
$10 = (6 - x) + (8 - x)$
$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



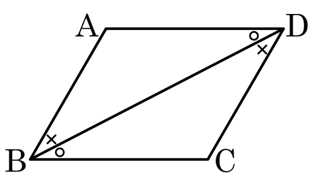
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: 70°

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

11. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



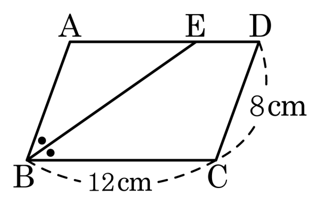
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\angle ABD$ ③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$ ⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다.$\overline{BC} = 12\,cm$, $\overline{CD} = 8\,cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

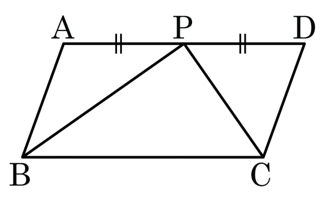


① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(cm)$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(cm)$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BPC}$ 의 크기는?



① 60° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PD}}$

$\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{APB}, \angle\mathrm{DPC} = \angle\mathrm{DCP}$

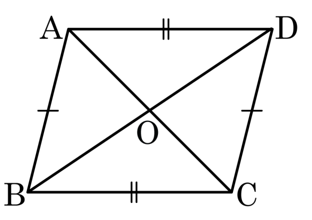
$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180^\circ$ 이므로

$2\angle\mathrm{APB} + 2\angle\mathrm{DPC} = 180^\circ$

$\therefore \angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DPC} = 90^\circ$

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{BPC} &= 180^\circ - (\angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DPC}) \\ &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

14. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



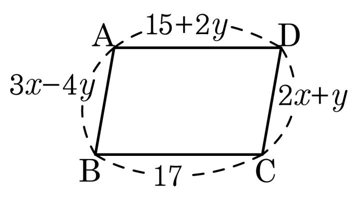
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=$ $\boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}}$ $/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD}=$ $\boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}}$ $/\!/\,\overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

15. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

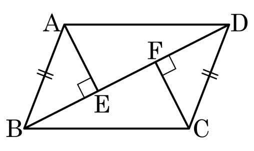


① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$
④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

$15+2y=17,\ 2y=2$
$\therefore y=1$
$3x-4=2x+1$
$\therefore x=5$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 보기에서 <u>모두</u> 골라라.



보기

㉠ $\overline{AE}//\overline{CF}$	㉡ $\overline{AF}=\overline{CF}$
㉢ $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$	㉣ $\angle EAF=\angle ECF$
㉤ $\overline{AE}=\overline{CF}$	㉥ $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$

▶ 답 :

▶ 답 :

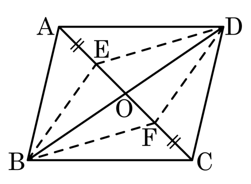
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(RHA 합동) 이므로
㉡ $\overline{AE}=\overline{CF}$
㉥ $\overline{BE}=\overline{FD}\neq\overline{EF}$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

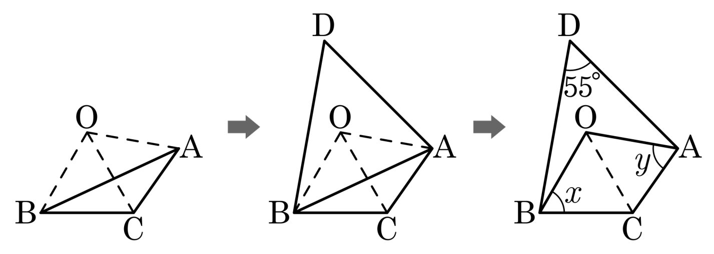
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

18. 점 O 를 외심으로 하는 △ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 △ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



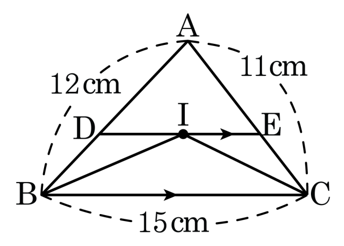
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$°

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

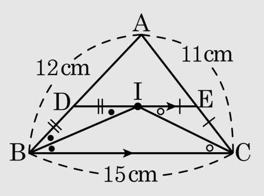
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

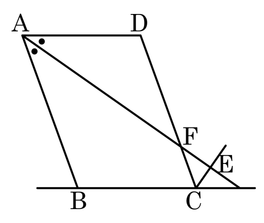
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$



20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠A 의 내각의 이등분선과 ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, ∠AEC = (　　　)° 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle \mathrm{BAE} = a$

$\angle \mathrm{DCE} = b$ 라 하면

$\angle \mathrm{B} = 2b$ 이고

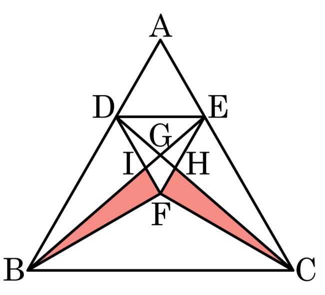
$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{B} = 180°$ 이므로

$a + b = 90°$

$\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{BAF} = \angle \mathrm{CFE} = a$

$\therefore \angle \mathrm{AEC} = 180° - (a + b) = 90°$

21. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{AD}$, $\overline{CE} = 2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI = \triangle EGH = 2$, $\triangle DEG = 4$ 일 때, $\triangle BFI + \triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE = \triangle DEF$

$\overline{EF} // \overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF = \triangle DEF = \triangle ADE$

$\overline{DF} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF = \triangle DEF = \triangle ADE$

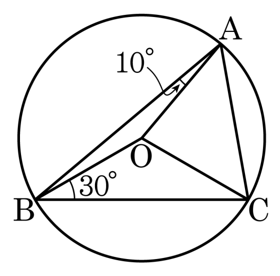
$\triangle DFH + \triangle CFH = \triangle DFH + \triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH = \triangle DEH$

$$\begin{aligned} \triangle BIF &= \triangle BEF - (\triangle EGH + \square FIGH) \\ &= \triangle DCF - (\triangle DGI + \square FIGH) \\ &= \triangle CFH \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ &\triangle BFI + \triangle CFH = 2\triangle CFH = 2\triangle DEH \\ &= 2(\triangle DEF - \triangle DGI - \triangle DEG) \\ &= 2(2+4) = 12 \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$일 때, $\angle$OAC의 크기는?

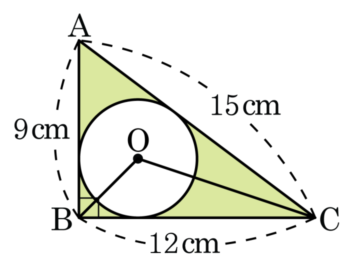


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore\ \angle OAC = 90° - (30° + 10°) = 50°$

23. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$ ② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$

③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$ ④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r이라 하면

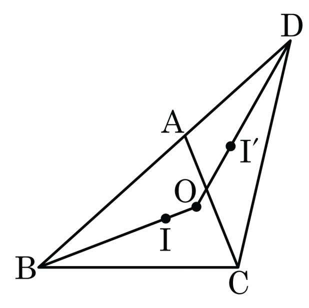
$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times9\times12$

$\therefore r=3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times9\times12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

24. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$와 $\overline{DI'}$의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$의 크기를 구하여라.



① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°
④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$