1. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

① 마름모 ② 직사각형 ③ 사다리꼴

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.

사각형 → 평행사변형

등변사다리꼴 → 마름모

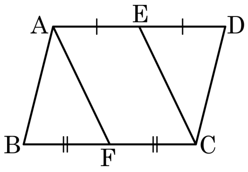
마름모 → 직사각형

직사각형 → 마름모

정사각형 → 정사각형

따라서 답은 ①이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 마름모

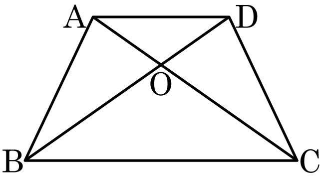
③ 직사각형　④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① 40cm^2　② 50cm^2　③ 60cm^2　④ 70cm^2　⑤ 80cm^2

해설

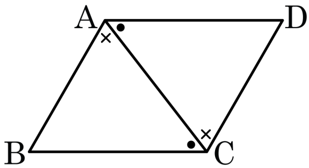
$\triangle AOB = \triangle COD = 20\text{cm}^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 40\text{cm}^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(\text{cm}^2)$

4. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠

$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)

$\therefore \ \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

5. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

① $\overline{AB} = 12\text{cm}, \overline{BC} = 12\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}, \overline{DA} = 7\text{cm}$

② $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{CD}$

③ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 100°$

④ $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$, $\angle DAC = 60°$,$\angle BCA = 60°$

⑤ 두 대각선 $\overline{AC}$,$\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} = \overline{CO} = 5\text{cm}$,$\overline{BO} = \overline{DO} = 7\text{cm}$

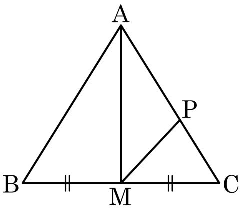
해설

① $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

③ $\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

④ $\overline{AB} = \overline{CD},\ \angle BAC = \angle DCA$

6. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PC}$ = 3 : 2이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



① $4\,cm^2$　　② $8\,cm^2$　　③ $12\,cm^2$

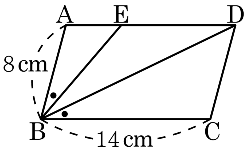
④ $16\,cm^2$　　⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle CBD$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{46}{7}$ cm　② $\dfrac{56}{7}$ cm　③ $\dfrac{66}{7}$ cm
④ $\dfrac{76}{7}$ cm　⑤ $\dfrac{86}{7}$ cm

해설

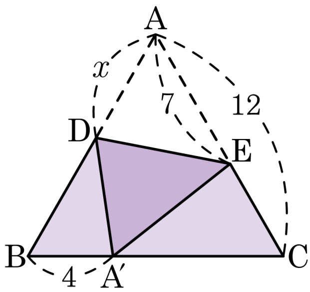
$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AE} : \overline{CD}$

$8 : 14 = \overline{AE} : 8,\ \ \overline{AE} = \dfrac{32}{7}(\text{cm})$

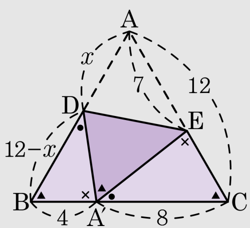
$\therefore \overline{DE} = 14 - \dfrac{32}{7} = \dfrac{66}{7}(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 정삼각형 모양의 종이 $\triangle ABC$ 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 의 점 A′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{21}{25}$ ③ $\frac{26}{5}$ ④ $\frac{28}{5}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

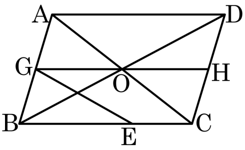
해설



$\triangle DBA' \backsim \triangle A'CE$ (AA 닮음)

따라서 $(12-x):8=4:5$ 이므로 $x=\frac{28}{5}$ 이다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이 각각 G, H 이다. $\triangle$GBE 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?



① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

$\triangle$GBE 는 $\triangle$OBE 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.

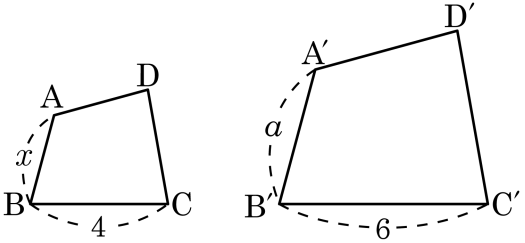
또한 $\triangle$OBE 와 $\triangle$OEC 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2:1$ 이므로 넓이의 비도 $2:1$ 이다.

따라서 $\triangle$OEC 의 넓이는 a 이고, $\triangle$OBC 의 넓이는 $3a$ 이다.

$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는

$4 \times \triangle \mathrm{OBC} = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

10. 다음 그림의 □ABCD 와 □A′B′C′D′ 의 두 닮은 사각형에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 a로 나타내면?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{1}{2}a$ ④ $\frac{3}{4}a$ ⑤ $\frac{3}{5}a$

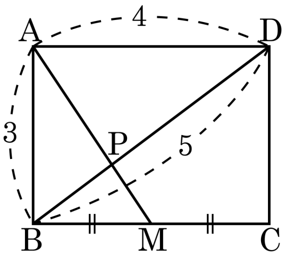
해설

□ABCD ∽ □A′B′C′D′ 이므로 $x : a = 4 : 6$

$6x = 4a$

$\therefore x = \frac{2}{3}a$

11. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BD} = 5$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$\triangle$BPM 과 $\triangle$DPA 에서

$\angle BMP = \angle DAP$ ($\because$ 엇각)

$\angle BPM = \angle DPA$ ($\because$ 맞꼭지각)

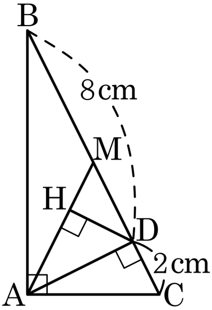
$\therefore$ $\triangle BPM \backsim \triangle DPA$ (AA 닮음)

$\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{DA}$ 이므로

$\overline{BP} : \overline{DP} = 2 : 4 = 1 : 2$

$\therefore$ $\overline{BP} = \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 점 M 이 외심일 때, $\overline{DH}$ 의 길이는?

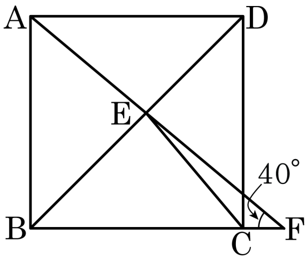


① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{14}{5}$ ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 8 \times 2 = 16$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 4$ 이다.
점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = 5,\ \overline{MD} = 3$ 이다.
$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ 이다.
$6 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{DH},\ \therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}$

13. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BCE = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

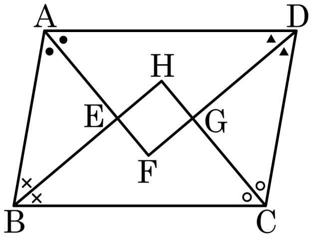
해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40^\circ$, $\angle BAE = 50^\circ$,

$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동) 이므로

$\angle BCE = \angle BAE = 50^\circ$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$

② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$

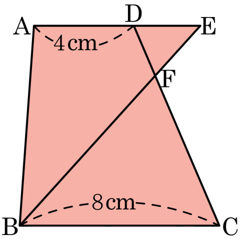
④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} \,/\!/\, \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

15. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}\,\mathrm{cm}$ ② $\frac{13}{5}\,\mathrm{cm}$ ③ $\frac{9}{2}\,\mathrm{cm}$
④ $\frac{11}{4}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\frac{8}{3}\,\mathrm{cm}$

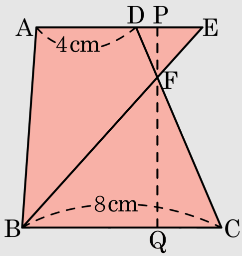
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면



$\triangle\mathrm{FBC} = 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle\mathrm{FBC} \backsim \triangle\mathrm{FED}$ 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\mathrm{cm})$