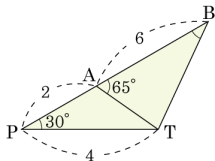


1. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

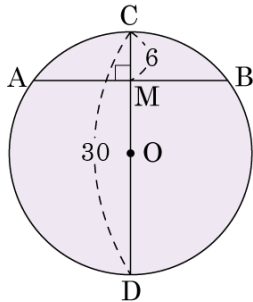
⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CM}$, $\overline{CM} = 6$ 일 때, 현 AB 의 길이는?



① 12

② 16

③ 24

④ 34

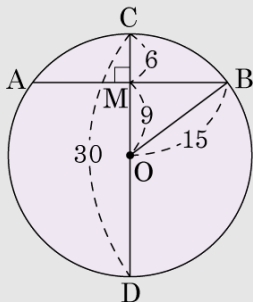
⑤ 36

해설

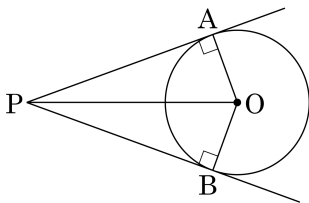
$\overline{OB} = 15, \overline{OM} = 9$ 이므로

$\triangle OBM$ 에서 $\overline{BM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$

$\overline{BM} = \overline{AM}$ 이므로 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$ 이다.



3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 A, B 는 그 접점이라고 할 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

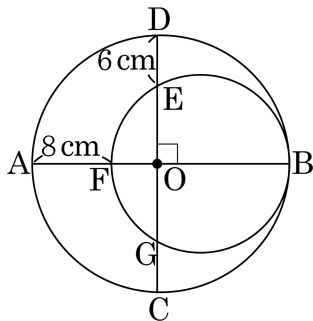


- ① $\overline{PA} = \overline{PB}$
- ② $\triangle APO \equiv \triangle BPO$
- ③ $\angle APB + \angle AOB = 90^\circ$
- ④ $\angle OPB = 20^\circ$ 이면 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.
- ⑤ $\angle APO + \angle AOP = 95^\circ$ 이다.

해설

- ③ $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$
- ⑤ $\angle APO + \angle AOP = 90^\circ$

4. 다음 그림과 같이 두 원이 점 B 에서 내접하고 있다. 점 O 는 큰 원의 중심이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{DE} = 6$, $\overline{AF} = 8$ 일 때, 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이의 합은?



① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

큰 원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\overline{OE} = \overline{OG} = R - 6, \overline{OF} = R - 8 (R > 8)$$

$$\overline{OE} \times \overline{OG} = \overline{OF} \times \overline{OB}$$

$$(R - 6)^2 = (R - 8) \times R$$

$$R^2 - 12R + 36 = R^2 - 8R$$

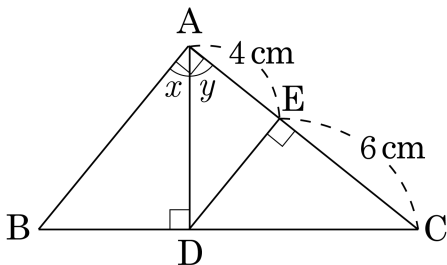
$$4R = 36 \quad \therefore R = 9$$

작은 원의 반지름을 r 라 하면

$$r = \frac{1}{2}\overline{BF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} - \overline{AF}) = \frac{1}{2}(18 - 8) = 5$$

$$\therefore R + r = 9 + 5 = 14$$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, D 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle BAD = x$, $\angle CAD = y$ 일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{5}}{2}$
④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

② $\frac{\sqrt{10}}{5}$
⑤ $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

③ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

해설

$x + y = 90^\circ$ 이므로

$$\sin x + \cos y = \sin x + \cos(90^\circ - x)$$

$$= \sin x + \sin x$$

$$= 2 \sin x$$

$$\overline{DE}^2 = 4 \times 6 = 24$$

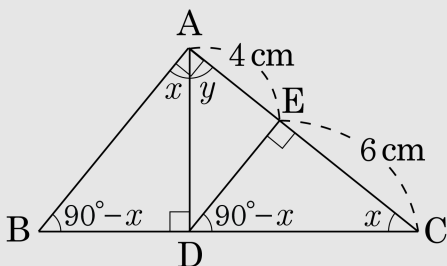
$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\overline{CD}^2 = 6 \times 10 = 60$$

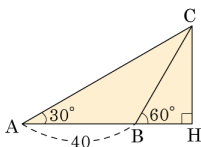
$$\therefore \overline{CD} = 2\sqrt{15} \text{ cm}$$

$$\triangle CDE \text{ 에서 } \sin x = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\therefore \sin x + \cos y = 2 \sin x = 2 \times \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$



6. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 60^\circ$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 안의 값이 옳지 않은 것은?



$\overline{CH} = h$ 라고 하면

$$\overline{AH} = \frac{h}{\text{(가)}}, \overline{BH} = \frac{h}{\text{(나)}}$$

$$\overline{AB} = \text{(다)} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ}, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \text{(라)}$$

$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \text{(마)}$$

- ① (가) $\tan 60^\circ$ ② (나) $\tan 60^\circ$ ③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$
 ④ (라) 40 ⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30^\circ$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$ 라고 하면

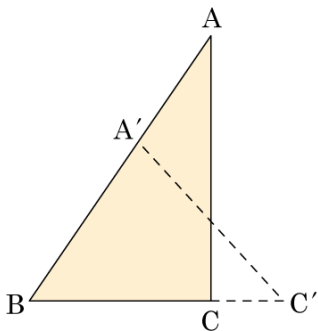
$$\overline{AH} = \frac{h}{\tan 30^\circ}, \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60^\circ}$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ} = 40$$

$$h \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 60^\circ} \right) = 40, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 40$$

$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 40% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 40% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?



- ① 변함없다
- ② 4% 줄어든다
- ③ 4% 늘어난다
- ④ 16% 줄어든다
- ⑤ 16% 늘어난다

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하면

$$\overline{A'B} = \frac{60}{100}x = \frac{3}{5}x$$

$$\overline{BC'} = \frac{140}{100}y = \frac{7}{5}y$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy \sin B$ 이고,

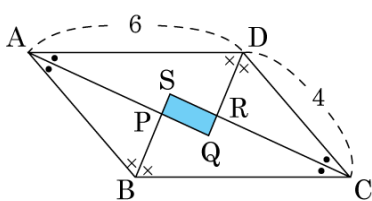
$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}x \times \frac{7}{5}y \times \sin B &= \frac{21}{25} \times \frac{1}{2}xy \sin B \\ &= \frac{21}{25} \triangle ABC \end{aligned}$$

그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{21}{25} \times 100 = 84$ (%) 이므로 16% 줄어든다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b 는 최소의 자연수)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60^\circ - 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30^\circ - 4 \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = 1 + 3 = 4$ 이다.