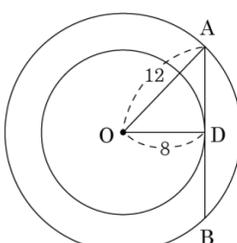


1. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. AB가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?

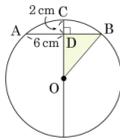


- ① $3\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

해설

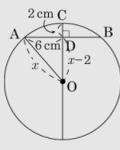
$$\begin{aligned} \angle ODA &= 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD} \\ \overline{AD} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ODB$ 의 넓이는?



- ① 12cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2
 ④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

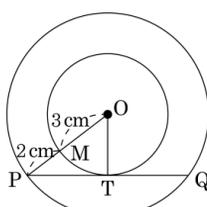


반지름을 x 라 하면 $x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$\therefore x = 10\text{cm}$

따라서 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 \overline{OP} 가 작은 원과 만나는 점을 M, 큰 원의 현 \overline{PQ} 가 작은 원과 만나는 점을 T 하자. $\overline{OM} = 3\text{ cm}$, $\overline{PM} = 2\text{ cm}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

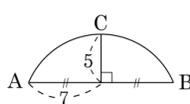
▷ 정답: 8 cm

해설

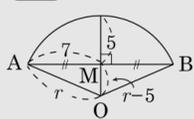
$\overline{OT} = 3(\text{cm})$ 이고 $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$ 이다
따라서 $\overline{PQ} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림은 원의 일부이다. 원의 반지름의 길이는?

- ① $\frac{20}{3}$ ② $\frac{23}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$
 ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{37}{5}$

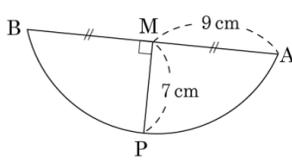


해설



직각삼각형 AOM 에서 $r^2 = (r-5)^2 + 7^2$, $r = \frac{37}{5}$

6. 다음 그림은 한 원의 일부분을 잘라낸 것이다. 그림을 참고할 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{64}{7}$ cm ② $\frac{63}{8}$ cm ③ $\frac{64}{9}$ cm
 ④ $\frac{65}{7}$ cm ⑤ $\frac{65}{8}$ cm

해설

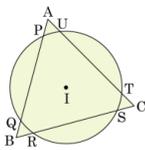
$$r^2 = 9^2 + (r - 7)^2$$

$$r^2 = 81 + r^2 - 14r + 49$$

$$14r = 130$$

$$\therefore r = \frac{130}{14} = \frac{65}{7} \text{ (cm)}$$

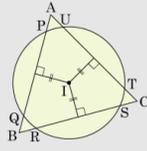
7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{RS} = 5\text{cm}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이는?



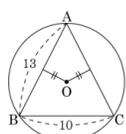
- ① 5cm ② $5\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $\frac{5}{2}\text{cm}$
 ④ $5\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ 6cm

해설

삼각형 내심의 성질에 의해서 내심에서 각 변에 이르는 거리는 각각 같다. 또한 원에 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 그 현의 길이도 모두 같다. 따라서 $\overline{RS} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 이다.



8. 다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\triangle ABC$ 두 변 AB, AC 까지의 거리가 같고, $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

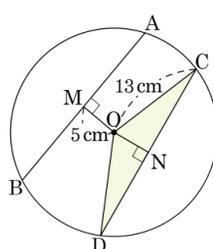
해설

점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름을 r 이라 하면 $\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = \frac{1}{2} \times (13 + 13 + 10) \times r$

$$36r = 120 \quad \therefore r = \frac{10}{3}$$

9. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $AB = CD$)



- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
 ④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

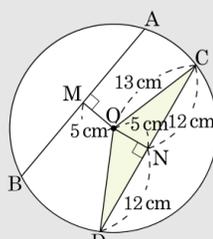
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

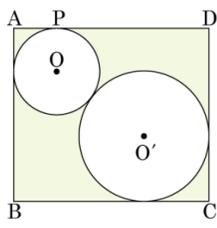
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



10. 다음 그림과 같이 가로 9, 세로 8 인 직사각형 ABCD 에 두 원 O, O' 이 내접하고 있고, 두 원은 서로 외접해 있다. $\overline{AP} = 3$ 일 때, 원 O' 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AP} = 3$ 이므로 원 O 의 반지름의 길이는 3 이다.

원 O' 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\overline{OO'} = 3+r$, $\overline{OH} = 8-(3+r) = 5-r$

, $\overline{O'H} = 9-(3+r) = 6-r$ 이므로

$$(3+r)^2 = (5-r)^2 + (6-r)^2$$

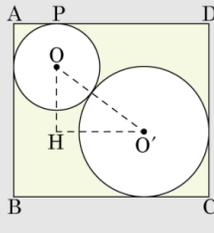
$$r^2 - 28r + 52 = 0$$

$$(r-2)(r-26) = 0$$

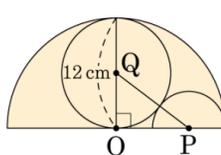
$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } r = 26$$

그런데 $5-r > 0$, $6-r > 0$ 에서 $r < 5$ 이므로

$$\therefore r = 2$$

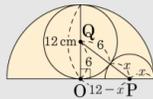


11. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 12cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



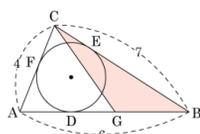
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
 ④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$
 $(x + 6)^2 = 6^2 + (12 - x)^2$
 $36x = 144$
 $\therefore x = 4$

12. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$$\overline{AD} = a \text{ 라 하면 } \overline{AD} = \overline{AF} = a, \overline{BD} = \overline{BE} = 6-a, \overline{CE} = \overline{CF} = 4-a$$

$$\overline{BC} = (6-a) + (4-a) = 7 \text{ 이므로}$$

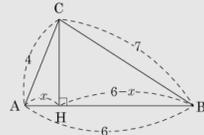
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3 \text{ 이므로 } \triangle DBC = \frac{3}{4} \triangle ABC \text{ 이고}$$

$$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3 \text{ 이므로 } \triangle GBC = \frac{3}{5} \triangle DBC$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20} \triangle ABC$$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4} \sqrt{255}$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20} \triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4} \sqrt{255} = \frac{27}{80} \sqrt{255}$$