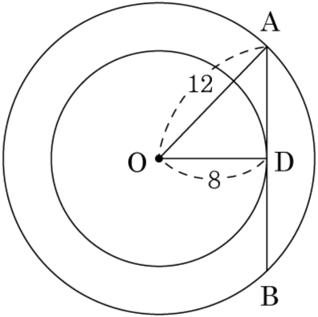
1. 다음 그림과 같이 점 O 를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. $\overline{AB}$ 가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB 의 길이로 알맞은 것을 구하면?



① $3\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

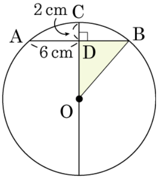
해설

$\angle ODA = 90°$ 이므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD}$

$\overline{AD} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

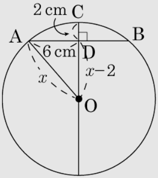
2. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ODB$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

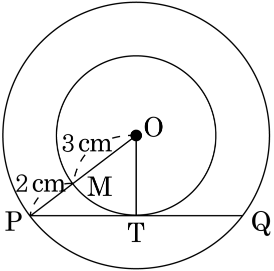


반지름을 x 라 하면 $x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$\therefore x = 10\,\text{cm}$

따라서 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 $\overline{\mathrm{OP}}$ 가 작은 원과 만나는 점을 M , 큰 원의 현 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 작은 원과 만나는 점을 T 라 하자. $\overline{\mathrm{OM}} = 3\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{PM}} = 2\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

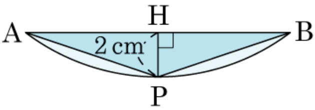
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{\mathrm{OT}} = 3(\mathrm{cm})$ 이고 $\angle\mathrm{OTP} = 90°$ 이므로 $\overline{\mathrm{PT}} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$ 이다

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}} = 2 \times 4 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

4. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



① $7\sqrt{2}\text{cm}$

② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$

③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$

④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면
직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

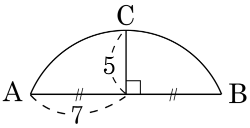
$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2}$$
$$= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로
$\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm}$ 이고,

$$\overline{AP} = \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

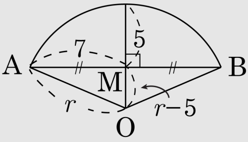
따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림은 원의 일부이다. 원의 반지름의 길이는?



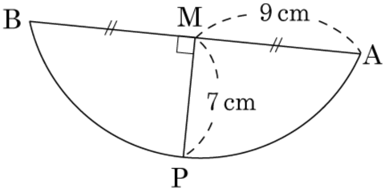
① $\frac{20}{3}$ ② $\frac{23}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$
④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{37}{5}$

해설



직각삼각형 AOM 에서 $r^2 = (r-5)^2 + 7^2$, $r = \frac{37}{5}$

6. 다음 그림은 한 원의 일부분을 잘라낸 것이다. 그림을 참고할 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① $\frac{64}{7}$ cm ② $\frac{63}{8}$ cm ③ $\frac{64}{9}$ cm

④ $\frac{65}{7}$ cm ⑤ $\frac{65}{8}$ cm

해설

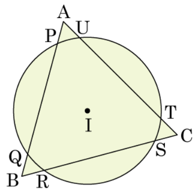
$r^2 = 9^2 + (r-7)^2$

$r^2 = 81 + r^2 - 14r + 49$

$14r = 130$

$\therefore \ r = \frac{130}{14} = \frac{65}{7}$ (cm)

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{RS} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

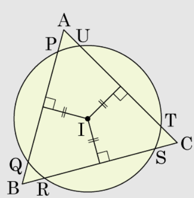


① 5cm　　② $5\sqrt{2}$cm　　③ $\frac{5}{2}$cm

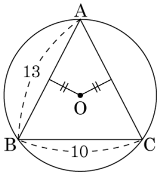
④ $5\sqrt{3}$cm　　⑤ 6cm

해설

삼각형 내심의 성질에 의해서 내심에서 각 변에 이르는 거리는 각각 같다. 또한 원에 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 그 현의 길이도 모두 같다. 따라서 $\overline{RS} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 이다.



8. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\triangle ABC$ 두 변 AB, AC 까지의 거리가 같고, $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{10}{3}$

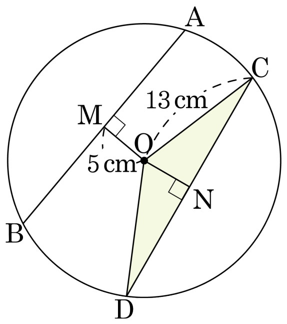
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름을 r이라 하면 $\dfrac{1}{2} \times 10 \times 12 = \dfrac{1}{2} \times (13 + 13 + 10) \times r$

$36r = 120 \quad \therefore\ r = \dfrac{10}{3}$

9. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2

④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

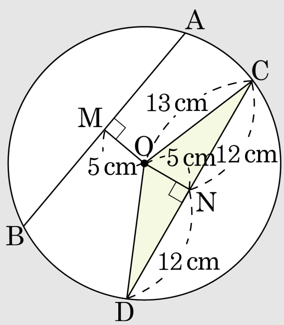
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

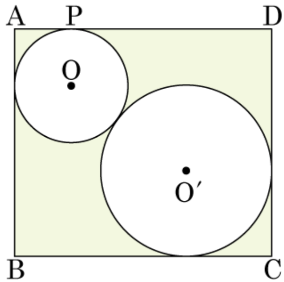
$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$\therefore \triangle OCD = \dfrac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$



10. 다음 그림과 같이 가로 9 , 세로 8 인 직사각형 ABCD 에 두 원 O, O′ 이 내접하고 있고, 두 원은 서로 외접해 있다. $\overline{AP} = 3$ 일 때, 원 O′ 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AP} = 3$ 이므로 원 O 의 반지름의 길이는 3 이다.

원 O′ 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\overline{OO'} = 3+r$, $\overline{OH} = 8-(3+r) = 5-r$, $\overline{O'H} = 9-(3+r) = 6-r$ 이므로

$(3+r)^2 = (5-r)^2 + (6-r)^2$

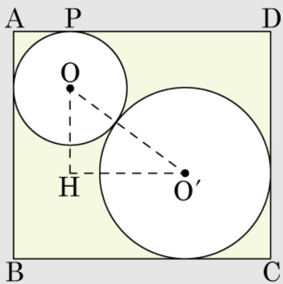
$r^2 - 28r + 52 = 0$

$(r-2)(r-26) = 0$

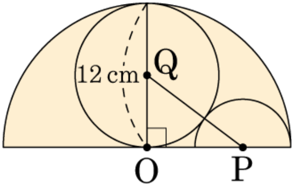
$\therefore\ r = 2$ 또는 $r = 26$

그런데 $5-r > 0,\ 6-r > 0$ 에서 $r < 5$ 이므로

$\therefore\ r = 2$

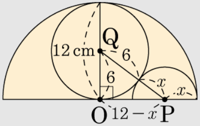


11. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 12 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



① 1 cm
② 2 cm
③ 2.5 cm
④ 3 cm
⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle$QOP 에서

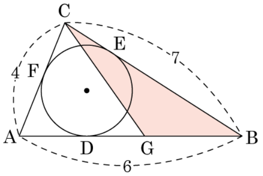
$\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$

$(x+6)^2 = 6^2 + (12-x)^2$

$36x = 144$

$\therefore x = 4$

12. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB}=6,\ \overline{BC}=7,\ \overline{AC}=4$ 이고 $\overline{DG}:\overline{GB}=2:3$ 일 때, △GBC 의 넓이는?



① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD}=a$ 라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=a,\ \overline{BD}=\overline{BE}=6-a,\ \overline{CE}=\overline{CF}=4-a$

$\overline{BC}=(6-a)+(4-a)=7$ 이므로

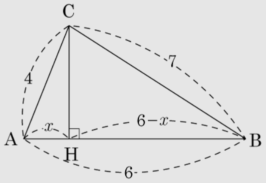
$a=\overline{AD}=\frac{3}{2},\ \overline{BD}=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\overline{AD}:\overline{BD}=\frac{3}{2}:\frac{9}{2}=1:3$ 이므로 $\triangle DBC=\frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG}:\overline{GB}=2:3$ 이므로 $\triangle GBC=\frac{3}{5}\triangle DBC$

$\therefore \triangle GBC=\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\triangle ABC=\frac{9}{20}\triangle ABC$

다음 그림에서 $\overline{AH}=x$ 라 하면 $\overline{BH}=6-x$



$\overline{CH}^2=4^2-x^2=7^2-(6-x)^2\ \therefore\ x=\frac{1}{4}$

△AHC 에서 $\overline{CH}=\sqrt{4^2-(\frac{1}{4})^2}=\sqrt{16-\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{255}{16}}=\frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times\frac{\sqrt{255}}{4}=\frac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle GBC=\frac{9}{20}\triangle ABC=\frac{9}{20}\times\frac{3}{4}\sqrt{255}=\frac{27}{80}\sqrt{255}$