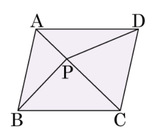
1. 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\mathrm{PBC} = a\mathrm{cm}^2, \triangle\mathrm{PDA} = b\mathrm{cm}^2$, 일 때, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답 : ______ cm^2

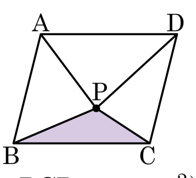
▷ 정답 : $2(a+b)$ cm^2

해설

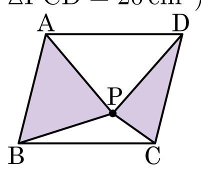
$\triangle\mathrm{PBC} + \triangle\mathrm{PDA} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore \square\mathrm{ABCD} = 2(\triangle\mathrm{PBC} + \triangle\mathrm{PDA}) = 2(a+b)(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, 색칠한 부분의 넓이를 각각 구하여라.

(1) 

(단, $\triangle PAB = 22\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle PAD = 23\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\,\mathrm{cm}^2$)

(2) 

(단, $\square ABCD = 124\,\mathrm{cm}^2$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $19\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $62\,\mathrm{cm}^2$

해설

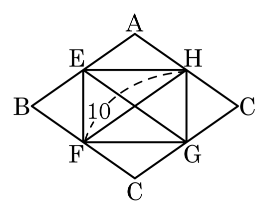
(1) $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

$22 + 20 = 23 + \triangle PBC$

$\therefore\ \triangle PBC = 19(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\triangle PAB + \triangle PCD = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 62(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음은 마름모 ABCD 의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\angle FEH = x°$, $\overline{EG} = y$ 라고 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.



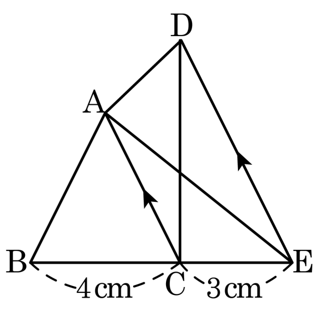
▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

마름모의 각 변의 중점을 연결하면 직사각형이다.
따라서 $\angle FEH = x° = 90°$ 이다.
직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $y = 10$ 이다.
따라서 $x - y = 90 - 10 = 80$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC = 8\,cm^2$ 이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $14\,\underline{cm^2}$

해설

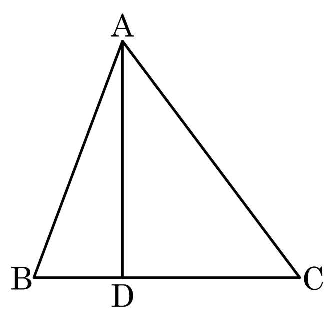
$\triangle ACD = \triangle ACE$ 이므로

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACE \\ &= \triangle ABE \end{aligned}$$

(높이) $= 8 \times 2 \div 4 = 4\ (cm)$

(넓이) $= 7 \times 4 \div 2 = 14(cm^2)$

5. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 9$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하여라.



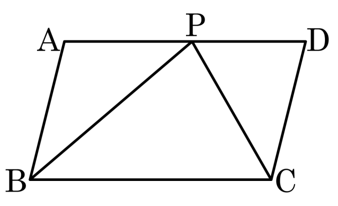
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\triangle ABD = 9 \times \dfrac{1}{1+2} = 3$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다. $\square ABCD = 28\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



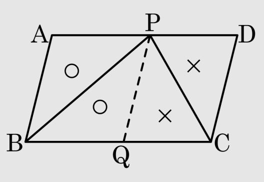
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}\ \underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 14 $\underline{\text{cm}^2}$

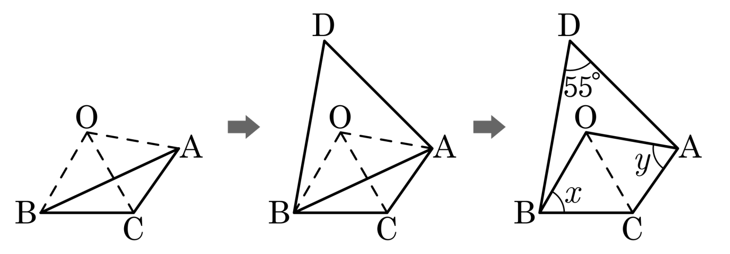
해설

그림에서와 같이 점 P 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하도록 $\overline{PQ}$ 를 그으면,

$\triangle PBC = \dfrac{1}{2}\square ABCD$ 이므로 $\triangle PBC = \dfrac{1}{2} \times 28 = 14(\text{cm}^2)$



7. 점 O 를 외심으로 하는 $\triangle$ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 $\triangle ABD$ 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



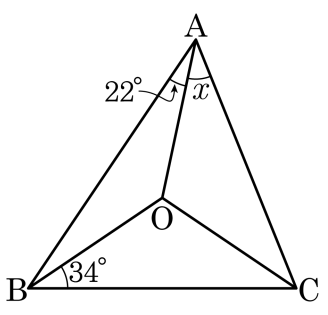
▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: $125\underline{°}$

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
$\square AOBC$ 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22°$, $\angle OBC = 34°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



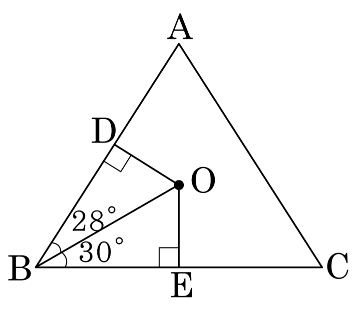
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad°}$

▷ 정답 : $\underline{34°}$

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 22° - 34° = 34°$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 변 AB 와 변 BC 의 수직이등분선의 교점이다. $\angle ABO = 28°$, $\angle OBC = 30°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



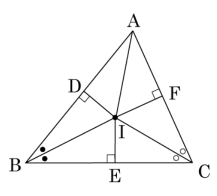
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60°

해설

$\angle OAD = 28°$
$\angle OAC = 90° - (28° + 30°) = 32°$
$\therefore \angle BAC = 28° + 32° = 60°$

10. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. ㉠ ~ ㉢에 알맞은 것을 써 넣어라.



증명) $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I 라 하면
i) $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = \overline{IE}$
ii) $\overline{CI}$ 는 $\angle C$ 의 (㉠) 이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)
iii) $\overline{ID} = \overline{IE} =$ (㉡)
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 (㉢) $= \triangle FAI$
$\therefore \angle DAI = \angle FAI$
따라서 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

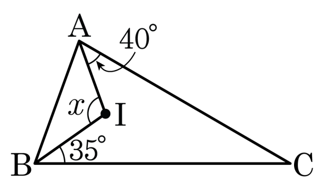
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 이등분선

해설

$\triangle DAI$ 와 $\triangle FAI$ 에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

11. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

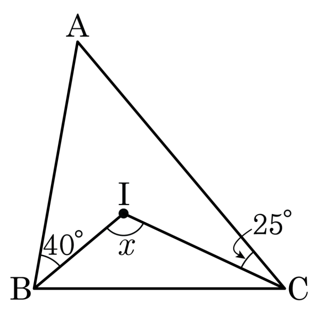


① $100\,°$　② $105\,°$　③ $110\,°$　④ $115\,°$　⑤ $120\,°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180\,°$이므로
$\angle x = 180\,° - (40\,° + 35\,°) = 105\,°$

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

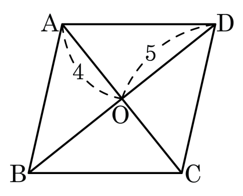


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

13. 마름모 □ABCD 의 넓이는?



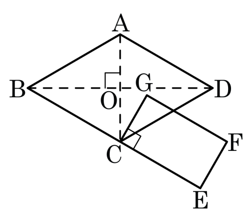
① 10 ② 20 ③ 30

④ 40 ⑤ 50

해설

$\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$

14. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. 변 BC 의 연장선 위에 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 인 점 E 를 잡고 $\overline{CG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 인 직사각형을 그렸다. 직사각형 CEFG 의 넓이가 $10cm^2$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,cm^2$

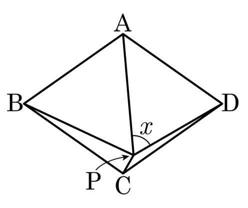
해설

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$

$\square CEFG = \overline{CG} \times \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BD} \times \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{4} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \square ABCD$

$\therefore \square ABCD = 2\square CEFG = 20(cm^2)$

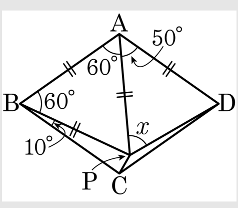
15. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. ∠ABC = 70° 일 때, ∠APD = (   )° 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 65 ② 60 ③ 55

④ 50 ⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 ∠APD = 65° 이다.

16. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

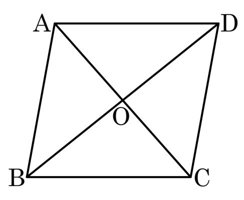
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

17. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

ㄱ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

ㄴ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

ㄷ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

ㄹ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

ㅁ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

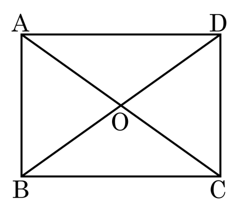
① ㄱ, ㄹ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄴ, ㅁ

④ ㄱ, ㄴ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$이면 된다.

18. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$　　㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$　　㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나, 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

19. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설
직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

20. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡

② 평행사변형 : ㉠

④ 직사각형 : ㉠, ㉡

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

21. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은?

① 정사각형　② 등변사다리꼴　③ 직사각형
④ 평행사변형　⑤ 마름모

해설
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.