

1. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9 는 9 의 약수이다.
- ② 8 은 8 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 276 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

3. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

2×3^2 , 5^3 , $2^3 \times 5$, $3^2 \times 7$

- ① 22 ② 23 ③ 45 ④ 107 ⑤ 143

해설

$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
 $2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$
 $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$ 이므로
가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2
따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

4. 63를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

5. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

6. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

7. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

8. 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 7$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$

최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

9. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

10. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

어떤 수는 70, $24 + 4 = 28$, $43 - 1 = 42$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 14 이다.

11. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

12. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

13. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

14. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

15. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3$ (지수가 작은 쪽)

16. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^3 \times 5$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

17. 남자 70 명, 여자 56 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고, 각 조에 속하는 남녀의 비가 같도록 최대한 많은 수의 조를 짤 때, 각 조별 남, 녀의 수는?

① 남 : 7 명, 여 : 6 명

② 남 : 6 명, 여 : 5 명

③ 남 : 6 명, 여 : 4 명

④ 남 : 5 명, 여 : 5 명

⑤ 남 : 5 명, 여 : 4 명

해설

조의 개수는 70 과 56 의 최대공약수이다.

$$70 = 2 \times 5 \times 7, 56 = 2^3 \times 7$$

따라서 조의 개수는 $2 \times 7 = 14$ (개)

조별 남학생의 수는 $70 \div 14 = 5$ (명), 여학생의 수는 $56 \div 14 = 4$ (명)이다.

18. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
-
- ① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$
세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

19. 우리 반은 교실 청소는 남학생 15 명이 5 명씩, 특별구역 청소는 여학생 24 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인가?
- ① 3 주후 ② 4 주후 ③ 6 주후
④ 12 주후 ⑤ 18 주후

해설

남학생은 $15 \div 5 = 3$ (주)마다, 여학생은 $24 \div 6 = 4$ (주)마다 당번이 돌아오므로 3 과 4 의 최소공배수인 12 (주)마다 동시에 청소를 하게 된다.

20. 두께가 각각 8cm, 6cm 인 두 종류의 책 A, B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면?
- ① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권 ② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권
③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권 ④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권
⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8 과 6 의 최소공배수인 24 이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm 가 된다.

이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권)이다.
즉, 두께가 8cm 인 책 A 는 3 권, 두께가 6cm 인 책 B 는 4 권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 6} \\ \underline{4 \quad 3} \end{array}$$

21. 14와 20의 어느 것으로 나누어도 나머지가 7인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수는?

① 145 ② 146 ③ 147 ④ 148 ⑤ 149

해설

14와 20의 어느 것으로 나누어도 나머지가 7인 수를 k 라고 하면, $(k - 7)$ 은 14와 20의 공배수가 됩니다.

따라서 14와 20의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 7을 더하면 됩니다.

그런데, 14와 20의 최소공배수는 140이고, 이것은 세 자리 수 중 가장 작은 수이므로, 여기에 7을 더하여 $140 + 7 = 147$ 을 얻게 됩니다.

22. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

23. 두 분수 $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.
따라서 100 이하의 자연수이므로 30, 60, 90 이고 3 개이다.

24. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로
 $2^{11}, 3^{11}, \dots$
소인수가 2 개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$
 $2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$
 $2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$
소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$
 $2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$
따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.
 $\therefore 84 - 60 = 24$

25. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$ (개)이므로 $x + 1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다. 따라서 A 의 값은 3이다.

26. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

27. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로
(a, b 의 공약수의 개수)
= (18의 약수의 개수)
= (2×3^2 의 약수의 개수)
= $(1 + 1) \times (2 + 1)$
= 6(개)

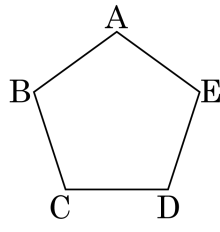
28. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216 일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
 A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야 하므로
 A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24이다.

29. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로
D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ... , 99 까지 10 개가 된다.

30. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

31. $1231^n + 1232^n + 1233^n + 1234^n$ 의 값이 10의 배수일 때, 두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

10의 배수가 되려면 1의 자리의 숫자가 0이 되어야 한다.
 $1^n + 2^n + 3^n + 4^n = 10k$ 에
 $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 을 대입하면
 $1^n \rightarrow 1, 1, 1, 1, 1, \dots,$
 $2^n \rightarrow 2, 4, 8, 6, 2, \dots,$
 $3^n \rightarrow 3, 9, 7, 1, 3, \dots,$
 $4^n \rightarrow 4, 6, 4, 6, 4, \dots$
 1^n 은 항상 1이고, $2^n, 3^n$ 은 4번마다, 4^n 은 2번마다 같은 일의 자리의 숫자를 가진다.
 n 이 4의 배수가 아닐 때 $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ 은 10의 배수가 되므로 두 자리 자연수 n 의 최댓값은 99이다.

32. 8 로 나누어떨어지는 자연수 k 와 286 의 최대공약수는 26 이고,
 $\frac{k}{10} = a^2$ (a 는 자연수)을 만족할 때, $a + k$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6786

해설

$k = 2^3 \times a$, $286 = 2 \times 11 \times 13$
 $\rightarrow k$ 는 2×13 은 인수로 가지고 11 은 인수로 가지지 않는다.
 $\frac{k}{10} = a^2 \rightarrow k$ 는 인수 2, 5 의 지수가 홀수인 수이고, 나머지 인수
의 지수는 짝수인 수이다.
따라서, k 의 최솟값 $= 2^3 \times 5 \times 13^2 = 6760$, $a^2 = 676$, $a = 26$
 $\therefore a + k$ 의 최솟값 $= 6786$

33. 가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 729cm³

해설

가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피= $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$