1. 다음 삼각비의 값 중 가장 작은 값은?

① $\sin 25°$ ② $\cos 0°$ ③ $\cos 10°$

④ $\tan 45°$ ⑤ $\tan 60°$

해설

① $\sin 25°$ 와 ③ $\cos 10°$

$0° \le x < 45°$ 일 때, $\sin x < \cos x$

따라서 $\sin 25° < \cos 10° < 1$

② $\cos 0° = 1$

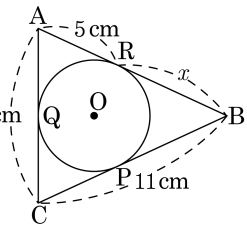
④ $\tan 45° = 1$

⑤ $\tan 60° = \sqrt{3}$

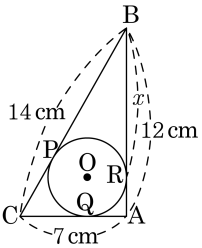
따라서 가장 작은 값은 ① $\sin 25°$

2. 다음 그림에서 세 점 P, Q, R 는 원 O 의 접점이고, 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이라 할 때 x의 길이로 바르게 짝지은 것은?

(1)



(2)



① (1) 7 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm

② (1) 7 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

③ (1) 8 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

④ (1) 9 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

⑤ (1) 10 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm

해설

(1) $\overline{AQ} = \overline{AR} = 5$ (cm)

$\overline{CQ} = \overline{CP} = 9 - 5 = 4$ (cm)

$\therefore\ x = \overline{BP} = 11 - 4 = 7$ (cm)

(2) $\overline{AC} = 6$ cm이므로

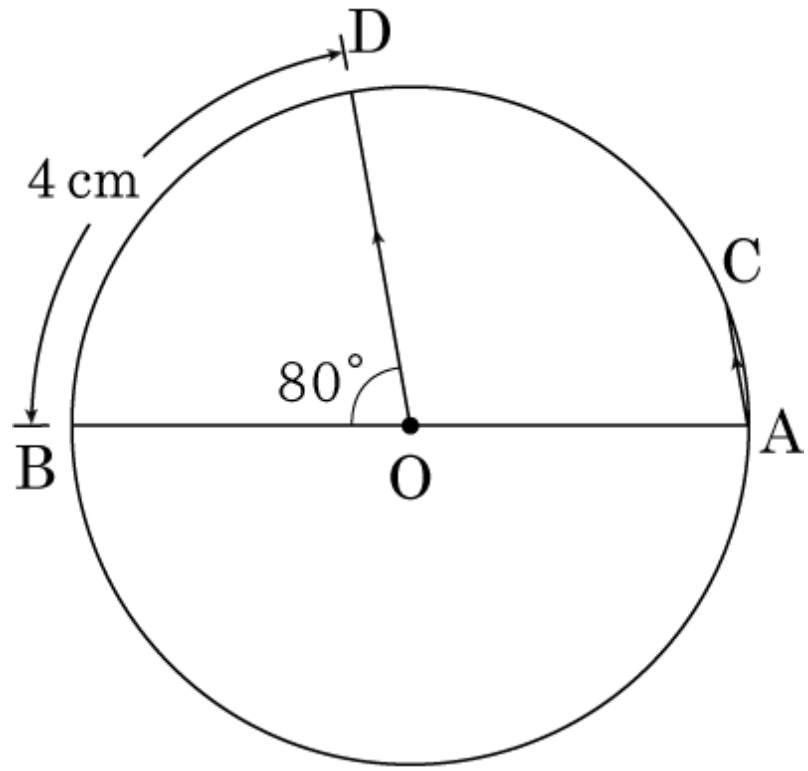
$(12 - x) + (14 - x) = 7$

$26 - 2x = 7$

$-2x = -19$

$\therefore\ x = \frac{19}{2}$ cm

3. 다음 그림은 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CD}}$ 인 원 O 를 그린 것이다. 이 원의 지름을 $\overline{\text{AB}}$ 라 할 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}}$ 의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

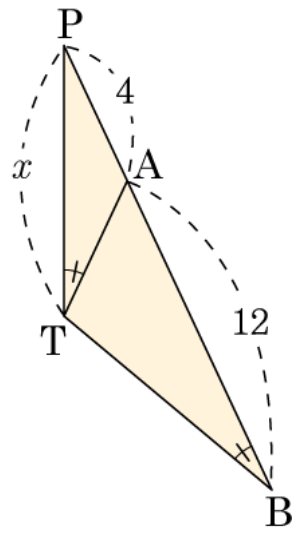
점 O 와 C 를 연결하면

$\angle\text{CAO} = 80°$

$\therefore\ \angle\text{AOC} = 20°$

따라서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 1\ (\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle ATP = \angle ABT$ 가 성립할 때, x 값을 구하면?



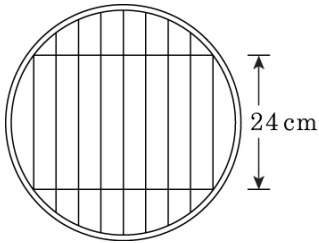
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\angle ATP = \angle ABT$ 이 같으므로 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, T, B 을 지나는 원의 접선이다.

따라서, $\overline{PT^2} = \overline{PA} \times \overline{PB}$, $x^2 = 4 \times (4 + 12) = 4 \times 16 = 64$, $x = 8$ 이다.

5. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 32 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24 cm 였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?

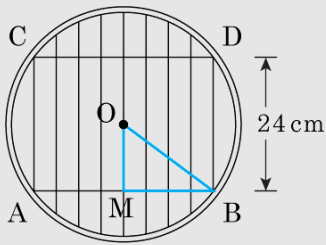


① 20 cm ② 25 cm ③ 30 cm

④ 40 cm ⑤ 45 cm

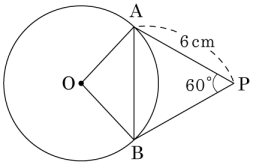
해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\ (\text{cm})$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\ (\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\angle APB = 60°$ 일 때, 원의 넓이는?

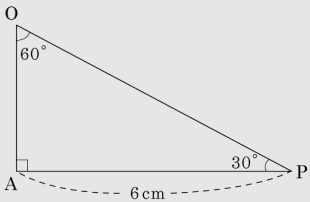


① $8\pi\text{cm}^2$ ② $12\pi\text{cm}^2$ ③ $15\pi\text{cm}^2$

④ $20\pi\text{cm}^2$ ⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{OP}$ 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서

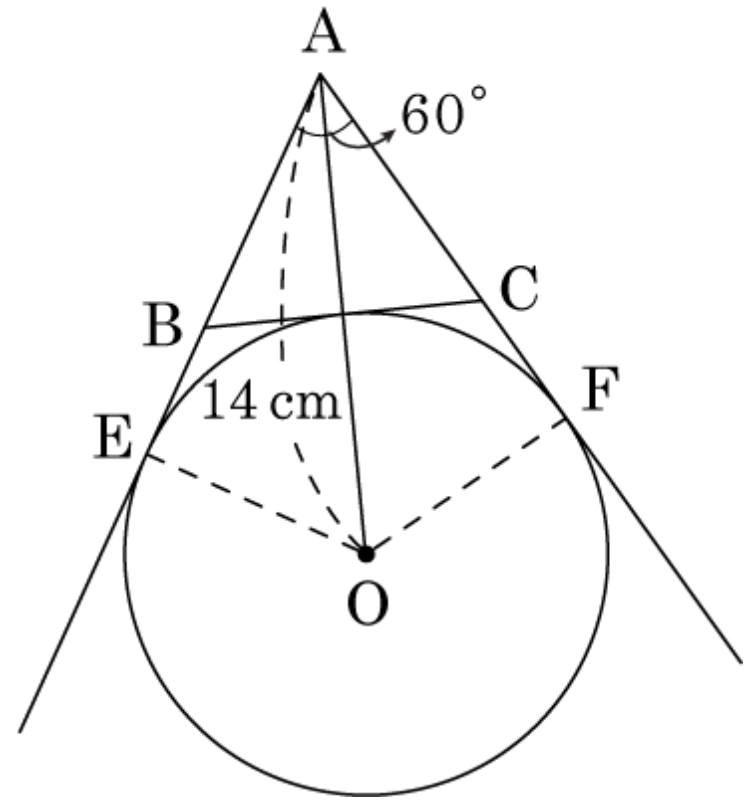


$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AP} : 6$

$\therefore \overline{OA} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원의 넓이는 $\pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 점 E , 점 F 가 원 O 와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC 가 원 O 와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}$cm ② $12\sqrt{3}$cm ③ $14\sqrt{3}$cm

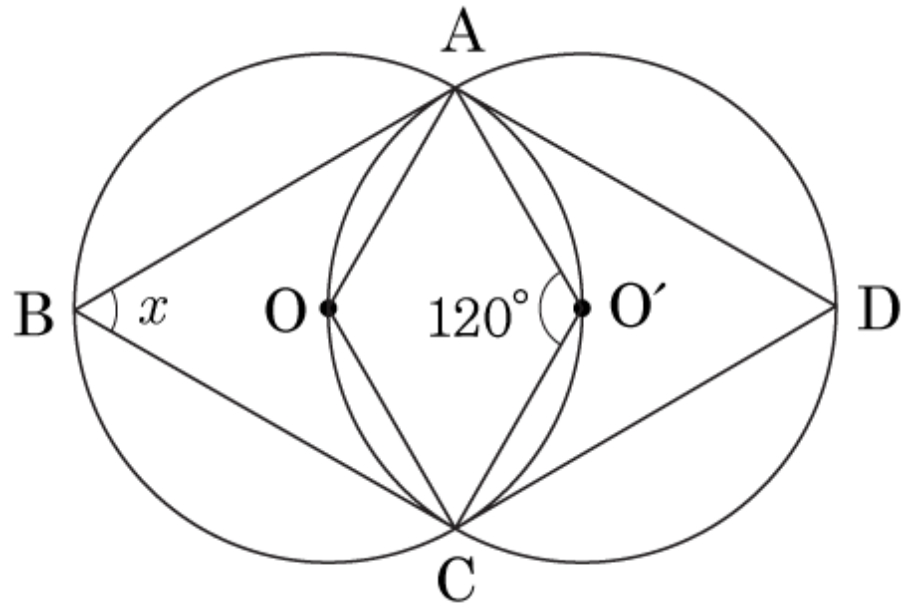
④ $16\sqrt{3}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\,\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O, O′ 이 원의 중심을 지날 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 45° ③ 60° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\angle ADC$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각이므로

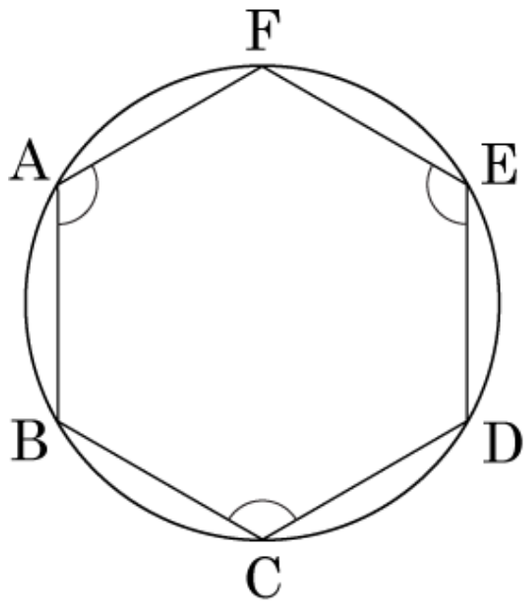
$$\angle ADC = 120° \times \frac{1}{2} = 60°$$

또한 두 원이 합동이기 때문에

$\angle x$ 도 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각으로

$\angle ADC = \angle x = 60°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 육각형 ABCDEF 가 원에 내접할 때, $\angle A + \angle C + \angle E$ 의 크기는?

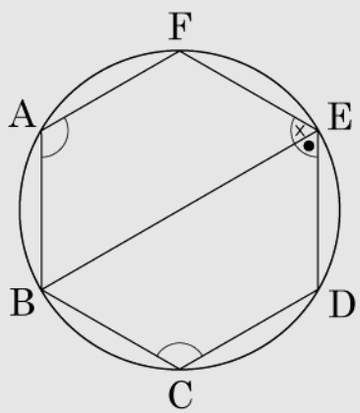


① 300° ② 330° ③ 360°

④ 450° ⑤ 540°

해설

점 B 에서 점 E 에 보조선을 그으면



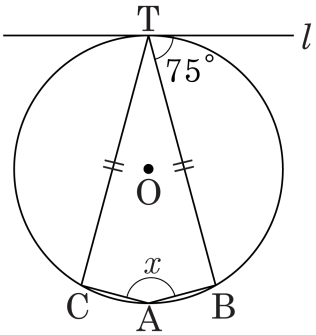
내접사각형 ABEF 에서 $\angle A + \angle BEF = 180°$

내접사각형 BCDE 에서 $\angle C + \angle BED = 180°$

$\angle BEF + \angle BED = \angle E$ 이므로

$\angle A + \angle C + \angle E = 360°$ 이다.

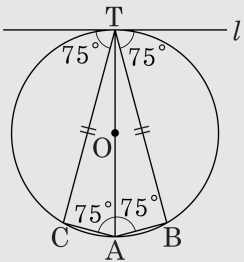
10. 원 O의 접선 직선 l , 접점 T가 다음과 같을 때, $\angle x$ 의 크기는?



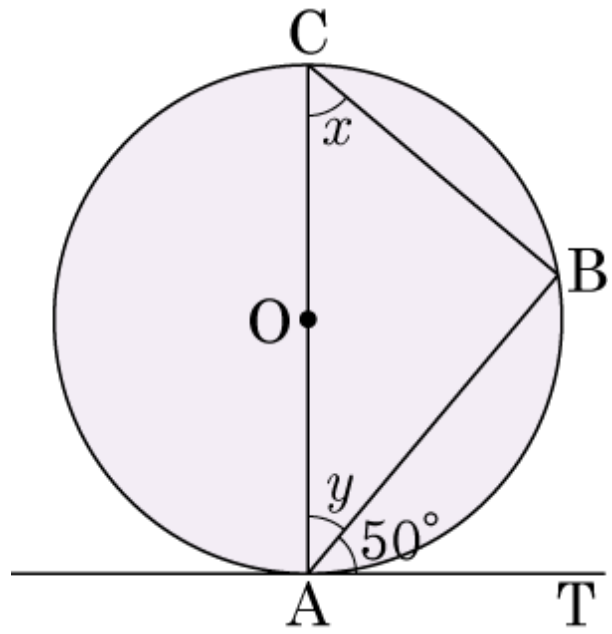
① 140° ② 150° ③ 160° ④ 130° ⑤ 170°

해설

$\angle x = 150°$



11. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선일 때, $\angle x - \angle y$의 크기는?



① $5°$ ② $10°$ ③ $15°$

④ $20°$ ⑤ $25°$

해설

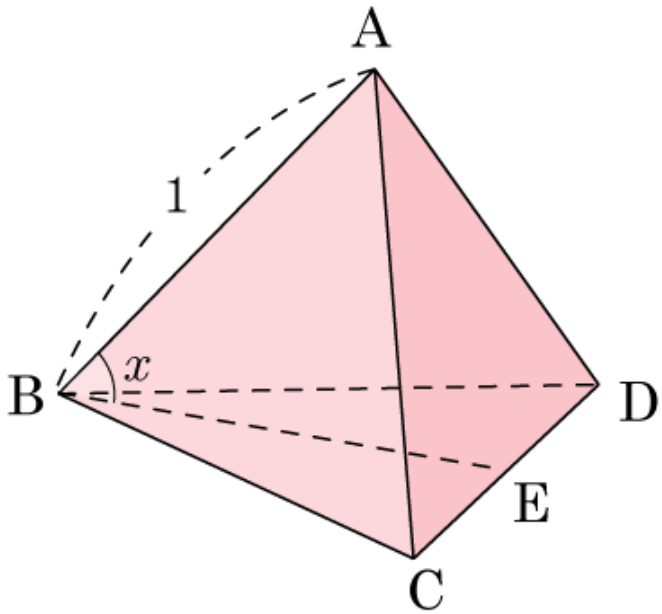
원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $x = 50°$

또한, 반원에 대한 원주각은 $90°$ 이므로

$y = 90° - 50° = 40°$

따라서 $\angle x - \angle y = 50° - 40° = 10°$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 A – BCD 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

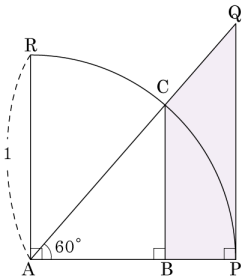
$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

따라서 $\cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

13. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $90°$ 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle APQ$ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \frac{1}{\cos 60°} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

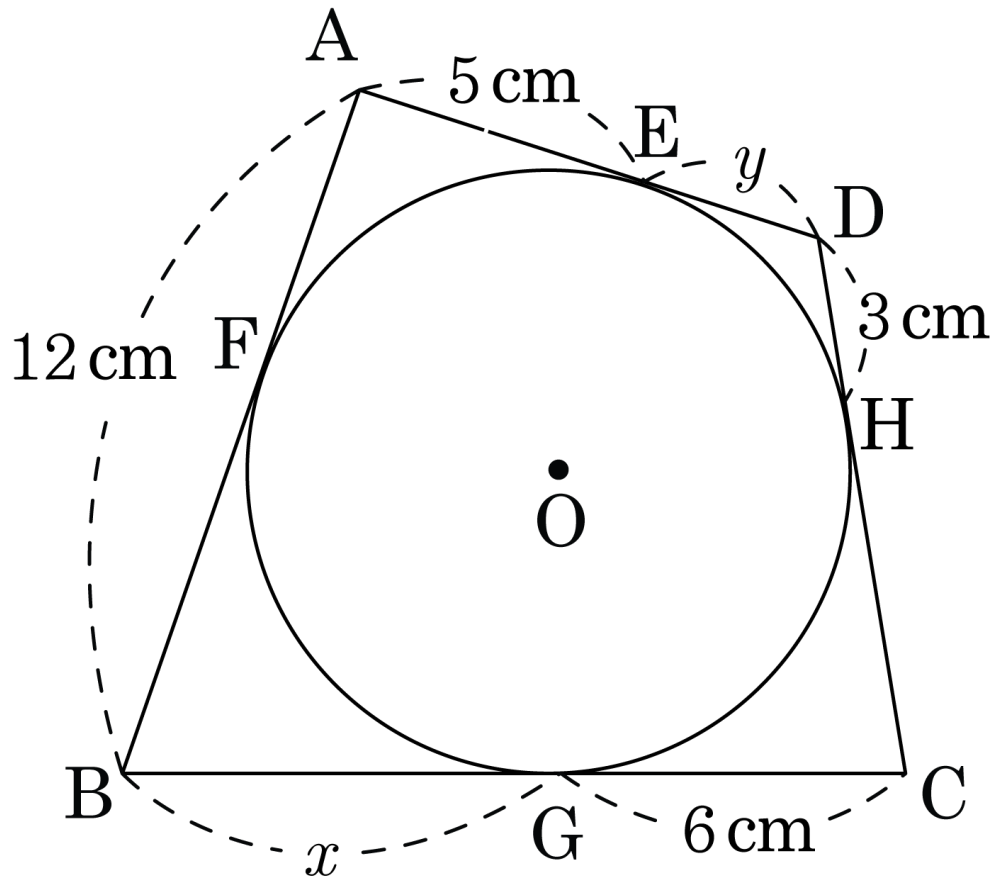
(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle APQ$ 의 넓이-$\triangle ABC$ 의 넓이

$\triangle APQ$ 의 넓이= $\frac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle ABC$ 의 넓이= $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)= $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

14. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$의 값은?

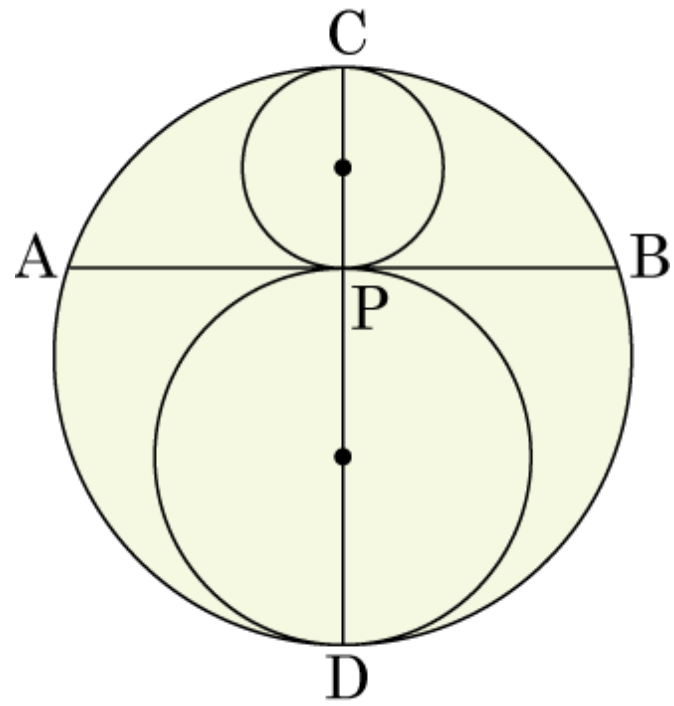


① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
$\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
$\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm}),\ y = 3(\text{cm})$

15. 서로 외접하는 두 원이 큰 원에 그림과 같이 내접하고 있다. 작은 두 원의 넓이가 각각 $9\pi, 16\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $8\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

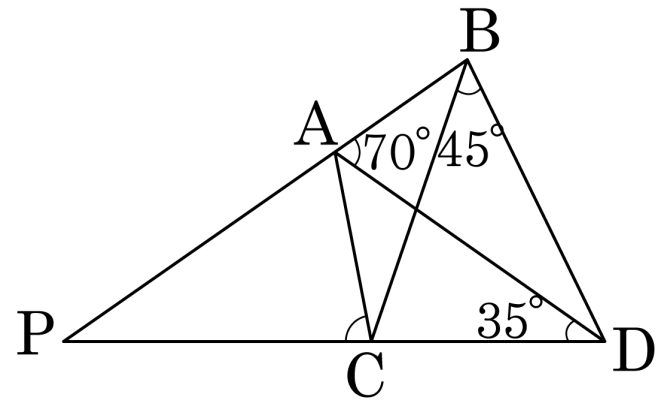
해설

작은 두 원의 넓이가 각각 $9\pi, 16\pi$ 이므로 반지름은 각각 $3, 4$ 이다.

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = 6 \cdot 8 = 48$

$\overline{PA} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$, 따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $8\sqrt{3}$ 이다.

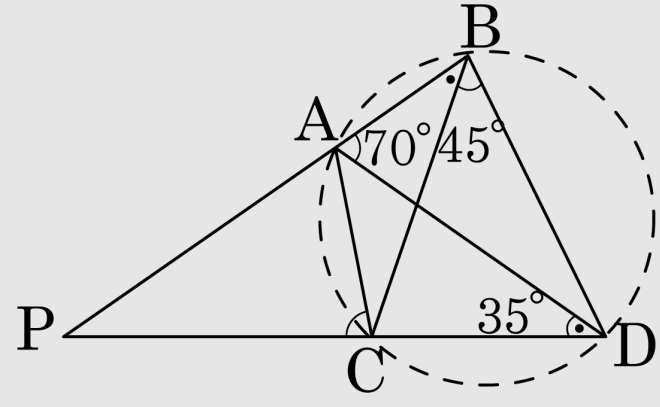
16. 다음 그림에서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 가 성립할 때, $\angle PCA$ 의 크기는?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

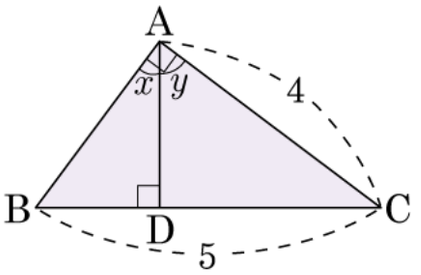
해설

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 가 성립하므로
네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.



$\angle ABC = \angle ADC = 35°$ 이므로 $\angle ABD = 80°$
내접사각형에서 $\angle ACP = \angle ABD = 80°$
$\therefore\ \angle PCA = 80°$

17. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때, $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \backsim \triangle DAB \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

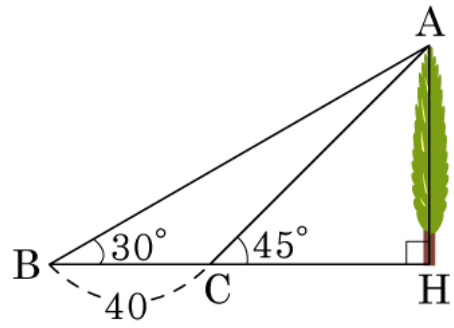
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4} \text{ , } \tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan x + \tan y = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$$

$$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \frac{25}{12} = 25$$

18. 다음 그림에서 나무의 높이는?



① $10(\sqrt{3}-1)$ ② $10(\sqrt{3}+1)$ ③ $10(3+\sqrt{3})$

④ $20(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $20(\sqrt{3}+1)$

해설

나무의 높이 $\overline{AH}$ 를 x 라 하면

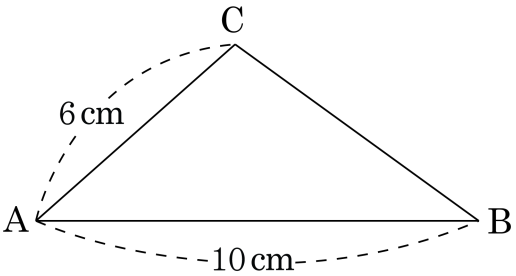
$\overline{CH}=x, \overline{BH}=x+40$

$\overline{AH}:\overline{BH}=x:x+40=1:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}x=x+40 \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)x=40$

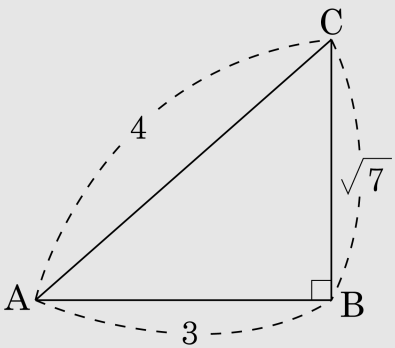
$\therefore x=\dfrac{40}{\sqrt{3}-1}=20(\sqrt{3}+1)$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\cos \angle A = \frac{3}{4}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $0° < \angle A\ 90°$)



① $\frac{13}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{13\sqrt{2}}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{15}{2}\text{cm}^2$
④ $\frac{15\sqrt{7}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{15\sqrt{10}}{2}\text{cm}^2$

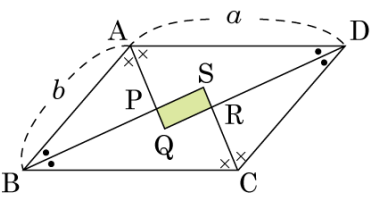
해설



$\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

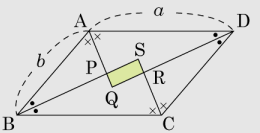
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{2}(\text{cm}^2)$

20. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b(a > b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 2 : 1 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$
④ $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



$\angle A = \angle C = 120°$, $\angle B = \angle D = 60°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP}$

$= a \cdot \cos 30° - b \cdot \cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$

$= a \times \cos 60° - b \times \cos 60°$

$= \frac{1}{2}(a-b)$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.