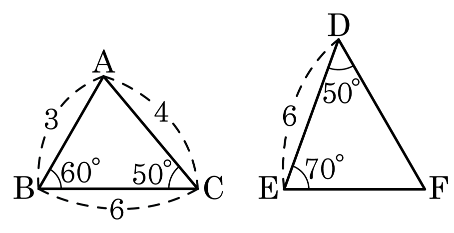
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle EFD$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?

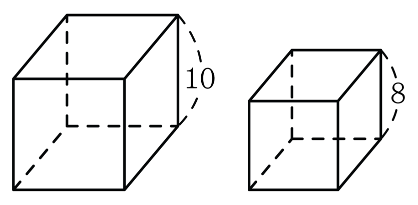


① 10　② 13　③ 26　④ $\frac{39}{2}$　⑤ 13

해설

$\overline{CA} : \overline{DE} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 $3+6+4 = 13$ 이므로 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는 $2 : 3 = 13 : x$, 따라서 $x = \frac{39}{2}$ 이다.

2. 다음 그림의 두 정육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 정육면체의 닮음비는?

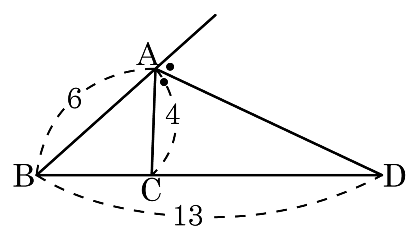


① 4 : 1 ② 10 : 3 ③ 5 : 4 ④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

해설

두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 $10 : 8 = 5 : 4$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BD} = 13$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



① 7 ② $\frac{22}{3}$ ③ 8 ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ 9

해설

$6 : 4 = 13 : \overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD} = \frac{26}{3}$

4. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형
② 반지름의 길이가 다른 두 원
③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴
⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

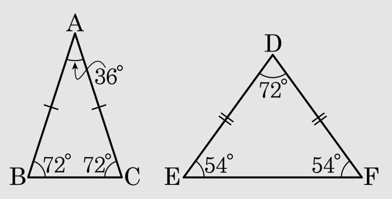
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

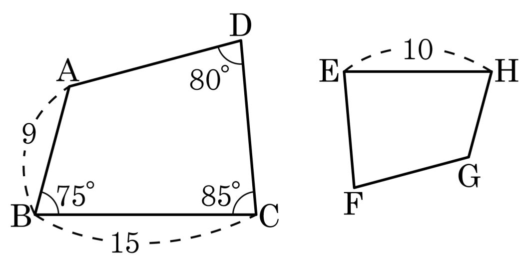
해설

② (반례)



$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.
③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.
④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □GHEF 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① 두 사각형의 닮음비는 3 : 2 이다.

② $\overline{GH}$ 의 길이는 6 이다.

③ $\angle H$ 는 $75°$ 이다.

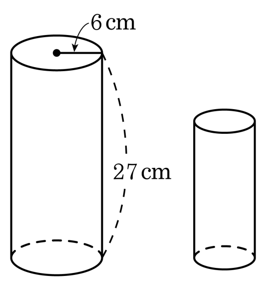
④ $\overline{FG}$ 의 길이는 알 수 없다.

⑤ $\angle F = 110°$ 이다.

해설

⑤ $\angle F = 80°$ 이다.

7. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이는?



① $108\pi \text{cm}^2$　② $124\pi \text{cm}^2$　③ $144\pi \text{cm}^2$　④ $156\pi \text{cm}^2$　⑤ $164\pi \text{cm}^2$

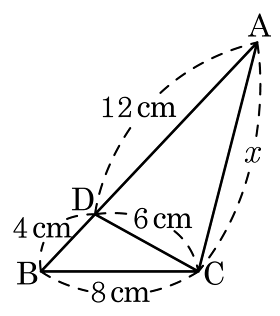
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{cm})$, $h = 27 \times \frac{2}{3} = 18(\text{cm})$

(옆면의 넓이)$= 2\pi rh = 144\pi(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하면? (단, $\overline{CD} = 6\text{cm}$)



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{BA} : \overline{BC} = 16 : 8 = 2 : 1$, $\angle B$는 공통이므로

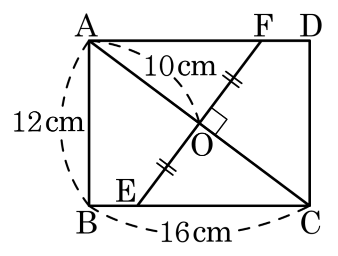
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$

$16 : 8 = x : 6$

$\therefore x = 12$

9. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

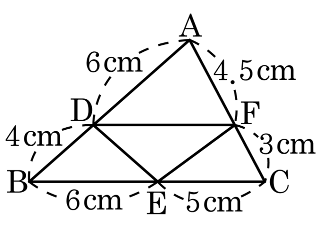
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \dfrac{15}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 옳은 것을 모두 고르면?



① $\overline{DF} // \overline{BC}$

② $\overline{DF} = \frac{22}{3}$ 이다.

③ $\overline{AC} // \overline{DE}$

④ $\triangle CAB \backsim \triangle FAD$

⑤ $\triangle BAC \backsim \triangle BDE$

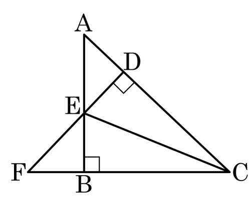
해설

① $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$ 이다.

② $6 : 10 = \overline{DF} : 11$ 이므로 $\overline{DF} = \frac{33}{5}$ 이다.

④ $\angle A$ 가 공통, $\angle ABC = \angle ADF$ (동위각) 이므로 $\triangle CAB \backsim \triangle FAD$ (AA 닮음) 이다.

11. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 <u>잘못</u> 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

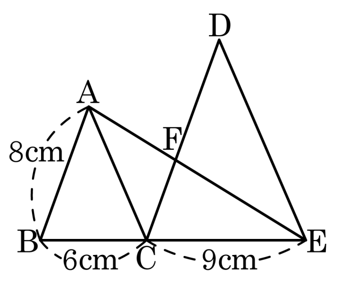
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE \therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 6cm$, $\overline{CE} = 9cm$일 때, $\overline{DF}$의 길이는?

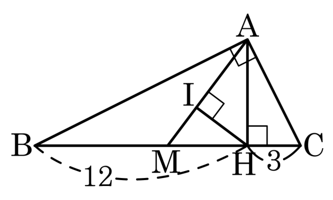


① 6cm
② 6.8cm
③ 7.2cm
④ 8cm
⑤ 8.2cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$
$8 : \overline{DC} = 6 : 9$이므로 $\overline{DC} = 12(\mathrm{cm})$
$\triangle EAB$와 $\triangle EFC$에서 $\angle E$는 공통, $\angle B = \angle FCE (\because \triangle ABC \backsim \triangle DCE)$
$\triangle EAB \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)
$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC}$이므로 $15 : 9 = 8 : \overline{CF}$
$\overline{CF} = 4.8(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{DF} = 12 - 4.8 = 7.2(\mathrm{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

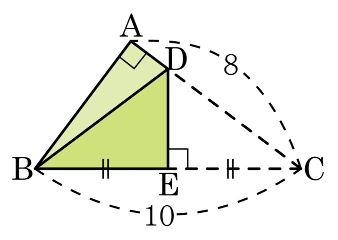
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore \ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

14. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?



① $\frac{1}{5}$　　② 3　　③ $\frac{3}{4}$　　④ $\frac{7}{4}$　　⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\angle C$ 는 공통, $\angle CED = \angle CAB$ 이므로

$\triangle CED \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)

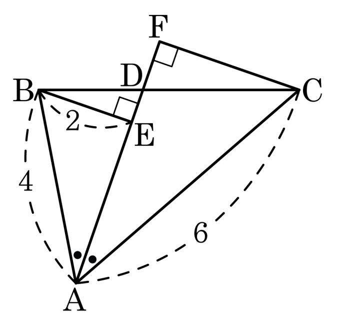
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$5 : 8 = \overline{CD} : 10$

$8\overline{CD} = 50 \qquad \therefore\ \overline{CD} = \frac{25}{4}$

$\therefore\ \overline{AD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

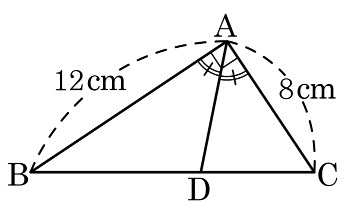
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACF$ 는 닮음이다.

$\therefore\ 4 : 2 = 6 : \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{CF} = 3$

16. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{AC} = 8cm$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?

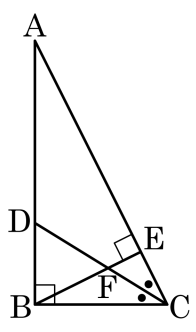


① $\frac{48}{5}cm^2$ ② $\frac{96}{5}cm^2$ ③ $40cm^2$
④ $45cm^2$ ⑤ $\frac{75}{2}cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 12 \times 8 \times \frac{1}{2} = 48(cm^2)$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$
$\therefore\ \triangle ADC = \triangle ABC \times \frac{2}{5} = 48 \times \frac{2}{5} = \frac{96}{5}(cm^2)$

17. 다음 그림에서 ∠BFD와 크기가 같은 것은?



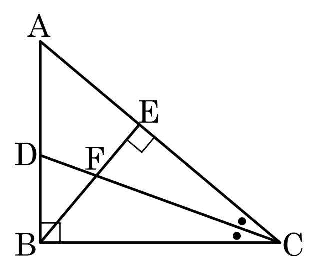
① ∠ADC　　② ∠EBC　　③ ∠BAC

④ ∠BDC　　⑤ ∠ABE

해설

∠BFD = ∠CFE = 180° − (∠FEC + ∠FCE) = 180° − (∠DBC + ∠DCB) = ∠BDC

18. 다음 그림에서 $\angle A = 30°$일 때, $\angle BFD$의 크기와 크기가 같은 각은?

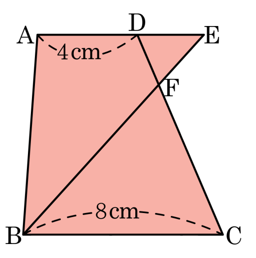


① $55°$, $\angle ADC$ ② $50°$, $\angle EBC$ ③ $65°$, $\angle BAC$
④ $60°$, $\angle BDC$ ⑤ $70°$, $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60°$

19. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

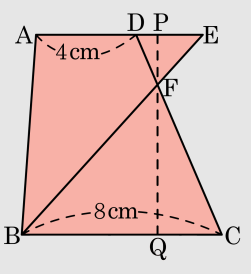
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, △FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

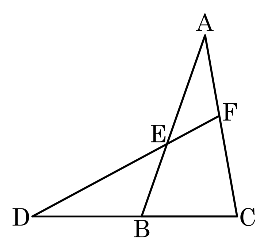


△FBC $= 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

△FBC ∽ △FED 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\mathrm{cm})$

20. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 10 cm　② 12 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

그림에서와 같이 $\overline{DF}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$

$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$

따라서 $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$

$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7$ $\quad\therefore\ \overline{BD} = 16\,\text{cm}$