

1. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.

② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.

③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.

④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다

⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$

② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$

③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$

⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$

$\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하는 x 의 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 과 같다. a, b 의 값을 구하면?

① $a = 3, b = -2$

② $a = 0, b = -\frac{1}{2}$

③ $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{3}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{4}$

⑤ $a = 1, b = \frac{1}{2}$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -a \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha\beta = b \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$

이므로

$$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = -a \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \times \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = b \cdots \cdots \textcircled{4}$$

③에서 $\alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -a$

$$\therefore -a + \frac{-a}{b} = -a \quad \therefore -\frac{a}{b} = 0 \quad \therefore a = 0$$

④에서 $\alpha\beta + \frac{1}{\alpha} + 2 = b, b + \frac{1}{b} + 2 = b,$

$$\frac{1}{b} + 2 = 0 \quad \therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a = 0, b = -\frac{1}{2}$$